



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA

Csavarvonal, csavarfelületek

Összeállította:
Dr. Geiger János

Gépészmérnöki és Informatikai Kar

MISKOLCI EGYETEM

2014

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

TARTALOM

1.	A munkafüzet célja, területei, elsajátítható kompetenciák.....	2
2.	A csavarvonal és ábrázolása.....	3
2.1.	A csavarvonal származtatása	3
2.1.1.	A csavarvonal iránykúpja	4
2.1.2.	A csavarvonal kísérő triédere.....	5
2.1.3.	A csavarvonal görbülete és torziója	5
2.2.	A csavarvonal ábrázolása.....	7
2.2.1.	A Kochansky-féle szerkesztés	9
2.2.2.	A csavarvonal és iránykúpja merőleges vetületének a kapcsolata.....	9
2.3.	Gyakorló feladatok a csavarvonal témaköréhez	11
2.4.	Gyakorló feladatok megoldása a csavarvonal témaköréhez	20
3.	Csavarfelületek.....	24
3.1.	Alapfogalmak.....	24
3.2.	A csavarfelület érintősíkja	24
3.2.1.	Egyenesalkotójú csavarfelület alkotójának kontúrponjtja	26
3.3.	Megoldott mintafeladat.....	28
3.4.	Gyakorló feladatok a csavarfelületek témaköréhez	29
3.5.	Gyakorló feladatok megoldása a csavarfelületek témaköréhez.....	33
Irodalom		36
Köszönetnyilvánítás		36



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

1. A munkafüzet célja, területei, elsajátítható kompetenciák

A munkafüzet témái és példaanyaga elsősorban a **Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karának** gépészmérnök BSC, gépészmérnök levelező BSC, energetikus BSC szak hallgatói számára az **Ábrázoló Geometria** tantárgy oktatása keretében feldolgozandó egyes fejezetek témáihoz kapcsolódnak, de más Karok hallgatói is haszonnal forgathatják.

A munkafüzet elkészítésének célkitűzései:

- az önálló hallgatói felkészülés elősegítése, s ezáltal a lemorzsolódás csökkentése,
- geometriai, ábrázolási ismeretek nyújtása,
- a térszemlélet, a rajzolvasási készség fejlesztése,
- szerkesztési algoritmusok elsajátítása,
- alapozó geometriai ismeretek nyújtása grafikus rendszerek használatához,
- a rajzkészség, a logikus gondolkodás, az esztétikai érzék fejlesztése, mint az ábrázoló geometria tantárgy specifikus célkitűzései.

A munkafüzet témakörei

Ez az anyag a műszaki alkalmazások szempontjából igen fontos és terjedelmes két témakörhöz, ábrázoló geometriai szempontból is csak rövid betekintés erejéig kapcsolódik. A hengeres csavarvonal és az egyenes alkotójú csavarfelületek témakörének csupán néhány alapvető kérdésével foglalkozik, ideértve a rendezett nézeteken történő ábrázolásukat is. A rövid elméleti áttekintés, a kidolgozott és a megoldandó feladatok a tananyag módszeres begyakorlásához, az elméleti geometriai anyag jobb megértéséhez, rajzfeladatok elkészítéséhez, az ismeretek gyakorlati alkalmazásához kívánnak segítséget nyújtani.

Hogyan használjuk a segédletet a gyakorlás során?

A kidolgozásra szánt gyakorló feladatokhoz sok esetben felvételi ábrát is mellékelünk. A felvételi ábrák megadásával a sokszor hosszas előtervezés ideje csökkenthető le, s egy megtervezett és kipróbált felvételen elvégzett szerkesztés eredményeként az ábrázoló geometria tartalmi és esztétikai szépségei is jobban követhetők és világosabbá válhatnak.

A gyakorlásra javasolt feladatokat az elméleti áttekintés után célszerű megrajzolni. A sajátkezű megoldást, önellenőrzésképpen vessük össze a kidolgozott feladatokkal. Ha az önálló munka nehézséget okoz, akkor a kidolgozott feladathoz adott rövid útmutatás segítségül szolgálhat.

Az egyes feladatok műszaki szempontból leegyszerűsítettek, inkább a geometriai tartalmukra vagyunk tekintettel.

Kívánom, hogy az olvasó haszonnal forgassa az anyagot és a feladatok megoldása során minél több sikerélmény koronázza igyekezetét.

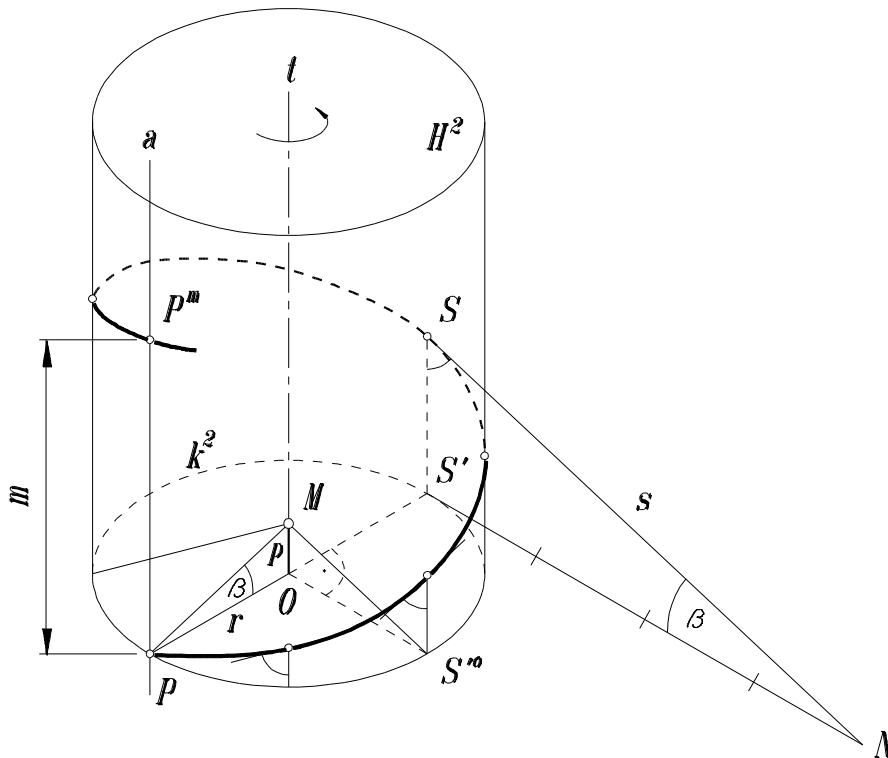


2. A csavarvonal és ábrázolása

2.1. A csavarvonal származtatása

A hengeres csavarvonal származtatásához tekintsük az *1. ábrán* szereplő modellt! Ha egy P pont egy t tengellyel párhuzamos a egyenesen állandó sebességű haladó mozgást végez, miközben az egyenes a t körül állandó szögsebességgel forog, akkor az a egyenes miközben egy forgáshengert sűrol, a P pont egy térgörbét, hengeres csavarvonalat (a továbbiakban röviden csavarvonalat) ír le.

A csavarmozgás állandó szögsebességű forgó mozgás és a tengellyel megegyező irányú állandó sebességű haladó mozgás eredője.



1. ábra: Csavarvonal származtatása

Az előbbi modellben a forgástengely a csavarvonal t tengelye, az egyenes által generált H^2 forgáshenger a csavarvonal henger, annak sugara a csavarvonal r sugara. Egy teljes körülfordulás után a P pont a kiindulási alkotóra ismét visszajut a P^m pozícióba, miközben befutja a csavarvonal egy menetét. Az alkotón a kiindulási és az egy körülfordulás utáni helyzet közötti távolság a $PP^m = m$ **menetmagasság**.

A csavarvonal a henger alkotóival állandó szöget zár be, amelyet a csavarvonal érintőjének az alkotóval képezett szögeként értelmezünk. Az *1. ábrán* közülük hármat egy-egy körívvel jelöltünk. Ennek a szögnek a pótszöge, vagyis az alapsíkkal bezárt szög a csavarvonal β **emelkedési szöge**. Ha az emelkedési szög zérus, vagy 90° , akkor különleges esetként kör, illetve egyenes keletkezik.



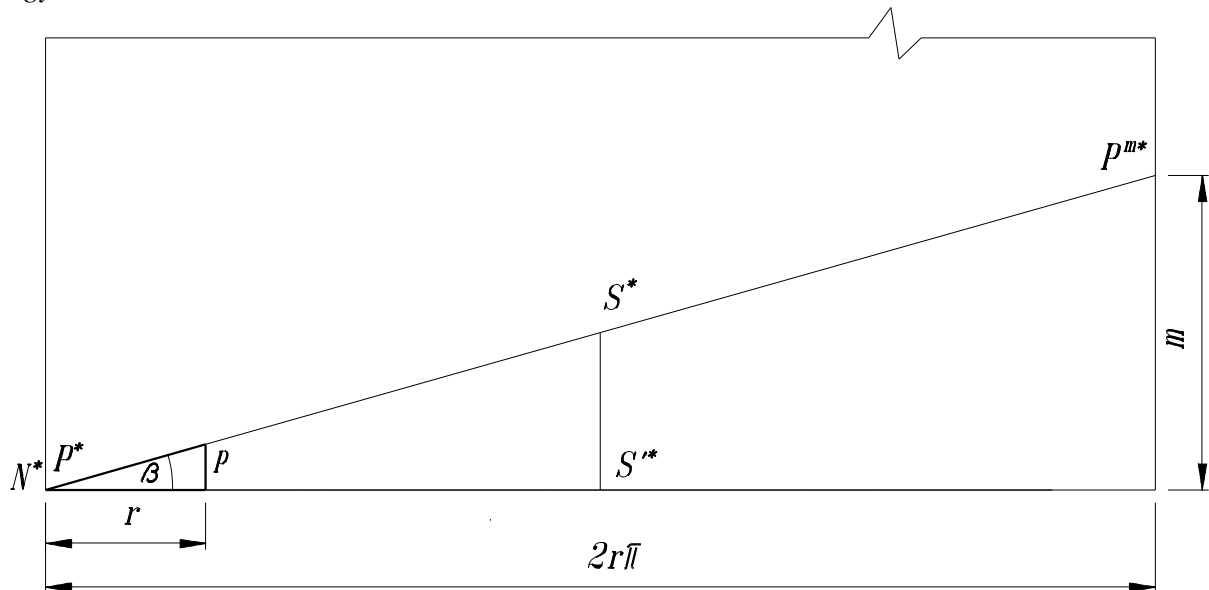
A csavarvonal a forgáshenger palástjára illeszkedő olyan térgörbe, amely az alkotókat állandó szögben metszi.

2.1.1. A csavarvonal iránykúpja

Mivel a csavarvonal érintői a henger alkotóival, következésképp a tengellyel is állandó szöget zárnak be, ezért ha az érintőket eltoljuk a tér egy tetszőleges pontjába, akkor forgáskúpot kapunk. Ez a kúp a csavarvonal **iránykúpja**. Az 1. ábrán az iránykúpot úgy helyeztük el, hogy a tengelye és alapköre megegyezik a csavarhenger tengelyével és alapkörével, így a magassága az **OM** szakasz, amelynek hossza a csavarvonal paramétere.

Ha az 1. ábrán szereplő csavarhenger palástját a **P**-n átmenő alkotó mentén felvágjuk és síkba terítjük, akkor a menetre vonatkozóan olyan derékszögű háromszöget kapunk, amelynek befogói $2r\pi$, illetve **m** hosszúságúak, az átfogó pedig az egyenesként megjelenő csavarvonal kiterítése (2. ábra). Továbbá a csavarvonal a kiterítésben fedésbe kerül az érintőjével. Az átfogó hossza a csavarvonal egy menetnyi ívhosszával egyenlő. A menetmagassággal szemközti szög a β -val jelölt emelkedési szög.

A csavarvonal a forgáshenger palástjára illeszkedő olyan térgörbe, amely a palást kiterítésén egyenes.



2. ábra: Csavarhenger palástjának kiterítése a csavarvonallal együtt

A 2. ábrán a csavarvonal hengerének egy menetre vonatkozó palást kiterítésében szereplő derékszögű háromszögek hasonlósága alapján $p : r = m : 2r\pi$, innen

$$p = \frac{m}{2\pi} \quad \text{és} \quad \text{tg } \beta = \frac{p}{r},$$

ahol **p** a csavarvonalra jellemző állandó, a **csavarvonal paramétere**, amely azt fejezi ki, hogy az emelkedés arányos az elfordulás szögével.



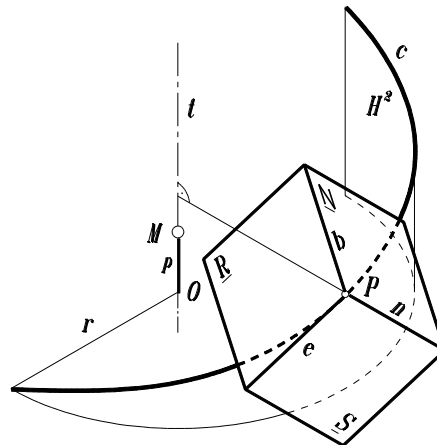
A csavarvonal lehet jobbos vagy balos, más szóval **jobbmenetű** vagy **balmenetű**.

(Hogyan határozzuk meg egy csavarvonal (csavar) menetének értelmét? A jobbkez hüvelykujja mutasson a tengellyel párhuzamosan a haladás irányába, és a hüvelykuj mint tengely körül kövessük a forgás irányát. Amennyiben a forgás a haladással ellentétes irányból szemlélve az óramutató járásával ellentétes, úgy a csavar jobbos, ellenkező esetben balos.)

2.1.2. A csavarvonal kísérő triédere

Egy görbe *érintőjét* egy meghatározott pontban a pontra illeszkedő szelők határhelyzeteként értelmezzük. Így történik a csavarvonal esetében is. Legyen Q a görbének egy P -től különböző pontja! Az érintőre és a Q -ra illeszkedő síkok - miközben a Q minden határon túl közeledik a P -hez - egy határhelyzethez tartanak. A határhelyzetben lévő sík a görbe *simulósíkja*. A csavarvonal tetszőleges P pontjára illeszkedő, az érintőre merőleges egyenesek - a görbe normálisai- egy síkban találhatóak, ez a sík a csavarvonal *normálsíkja*. A normálsíkbeli végtelen sok normális között van két kitüntetett, az egyik a simulósíkbeli *főnormális*, a másik a simulósíkra merőleges *binormális*. A 3. ábrán a c csavarvonal P pontbeli e érintőjét, n főnormálisát, b binormálisát, azaz a görbe *kísérő triéderét* szemléltetjük. Az e , n , b egyenesek páronként merőlegesek egymásra, ezáltal a három egyeneshez egy derékszögű koordináta-rendszer kapcsolható, ez a görbének a kísérő triédere által meghatározott természetes koordináta-rendszere.

Az érintő és a főnormális síkja az $S(e, n)$ *simulósík*, a főnormális és a binormális síkja az $N(n, b)$ *normálsík*, az érintő és a binormális síkja az $R(e, b)$ *rektifikálósík*.



3. ábra: A csavarvonal kísérő triédere

2.1.3. A csavarvonal görbülete és torziója

A csavarvonal analitikus vizsgálatához bevezethető olyan Descartes-féle derékszögű koordináta rendszer, amelynek z tengelye illeszkedik a csavarvonal tengelyére és a haladás irányába mutat. Ebben a csavarvonal paraméteres vektoregyenlete, megtartva a korábbi jelölést (sugár: r , paraméter: p), az elfordulás φ szögének függvényében:



$$\mathbf{c}(\varphi) = \{r \cos \varphi, r \sin \varphi, p\varphi\}. \quad (1)$$

A műszaki alkalmazások szempontjából két fontos jellemzőt említünk: a görbületet és a torziót. A csavarvonal görbülete $G = r / (r^2 + p^2)$, illetve ennek reciproka a görbületi sugár

$$g = (r^2 + p^2) / r. \quad (2)$$

A csavarvonal torziója (csavarodása) :

$$T = p / (r^2 + p^2). \quad (3)$$

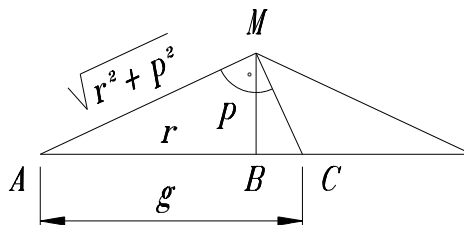
Mindkét érték konstans, továbbá $G = 0$ esetén a csavarvonal egyenessé, $T = 0$ esetén pedig körré fajul el.

A simuló kör sugarának, másképpen a *görbületi sugárnak* a fenti (2) képletből aránypárt képezve adódik:

$$g / \sqrt{r^2 + p^2} = \sqrt{r^2 + p^2} / r. \quad (4)$$

A simuló kör sugarának szerkesztése a csavarvonal esetében

A (4) képletbeli arány a 4. ábrán szereplő **ABM** és **AMC** derékszögű háromszögek hasonlósága alapján teljesül. Ennélfogva a görbületi sugár szerkesztése könnyen elvégezhető, mert a **p** magasságú iránykúp tengelymetszetében az **AM**-re merőlegest állítva, az **AB** alapon kapjuk a görbületi kör (simuló kör) **AC = g** sugarát.



4. ábra: A csavarvonal simuló körének sugara

Annak szükséges és elégséges feltétele, hogy egy térgörbe önmagában 'eltolható' legyen az, hogy a görbülete és torziója konstans legyen. Ennek a feltételnek a csavarvonal és különleges esetei: az egyenes és a kör tesznek eleget.

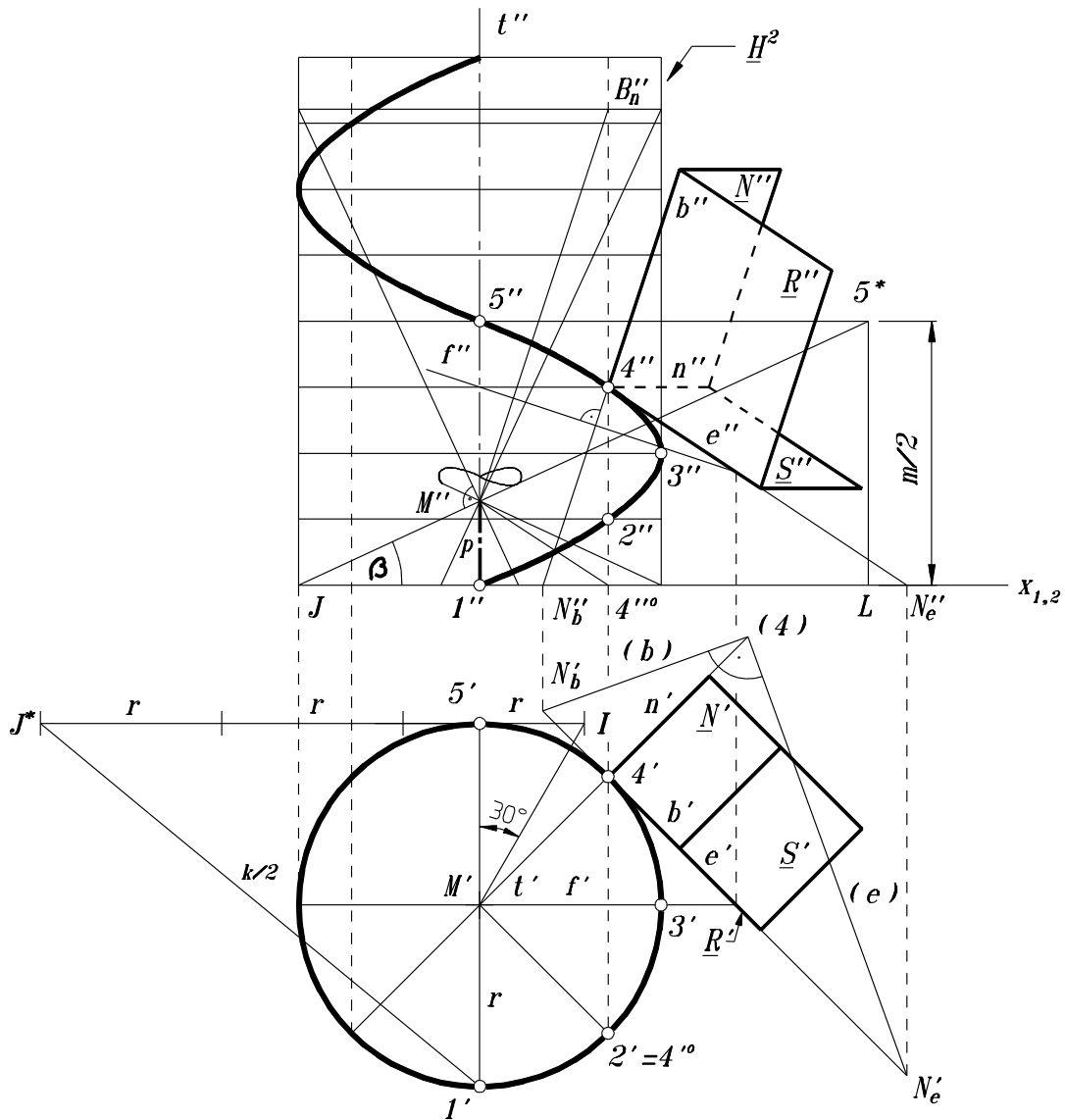
A téma fontosságára tekintettel számos műszaki alkalmazás említhető, mint például a csavarok, amelyek esetében önmagukban és egymáson elmozdítható csavarfelületek szerepelnek.

Megjegyzés:

Feladatok megoldása során eldöntendő kérdés az, hogy megfelelő vagy elegendő adat áll-e rendelkezésre, esetleg túlhatározott-e a feladat. A csavarvonal esetében négy független meghatározó adatra van szükség, mint pl. tengely, sugár, menetmagasság és hogy jobbos vagy balos, vagy ezeket helyettesítő, velük egyenértékű egyéb adatokra.

2.2. A csavarvonal ábrázolása

Az 5. ábrán az első képsíkon álló t tengelyű, r sugarú, H^2 forgáshengeren adott m menetmagasságú, 1 kezdőpontú, jobbmennetű csavarvonalat ábrázolunk. A hengert átlátszónak tekintjük. A csavarvonal 2.1. fejezetbeli meghatározása alapján az állandó szögsebességű forgó mozgás miatt az alapkört az $1'$ ponttól kezdve 45° -onként 8 egyenlő részre osztjuk, illetve az állandó sebességű haladó mozgás következtében a menetmagasságot szintén 8 egyenlő részre felosztva, az összetartozó metszéseknél kapjuk a csavarvonal $1, 2, \dots$ pontjait. A pontokat összekötvén kapjuk a görbe vetületét. A felülnézet a henger alapkörére esik, a második kép általános szinuszcörbe. Általában elmondható, hogy a csavarvonal tengelyirányú merőleges vetülete kör, a tengellyel párhuzamos síkon pedig szinuszcörbe vagy annak affín transzformáltja.



5. ábra: Csavarvonal ábrázolása rendezett nézeteken



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

A **JL5*** derékszögű háromszög segítségével megszerkesztjük a csavarvonal **p** paraméterét, β emelkedési szögét és iránykúpját. Ehhez a 2. ábra alapján szükség lesz a \underline{H}^2 csavarhenger alapkörének $\mathbf{J}^* \mathbf{1}' = \mathbf{k}/2 = \mathbf{JL}$ félkerületére, amelyet a Kochansky-féle (lásd a 2.2.1. alfejezet) közelítő módszerrel szerkesztünk meg. Az iránykúpot célszerű úgy elhelyezni, hogy tengelye és alapköre megegyezzen a henger tengelyével és alapkörével.

A görbe 4-es pontjában megszerkesztjük a kísérő triéder éleit: az **e** érintőt, az **n** főnormálist és a **b** binormálist. (A többféle megoldás közül az olvasó tetszése szerint választhat.)

Az érintő szerkesztése az iránykúp segítségével

Meghatározzuk az iránykúpnak a keresett érintővel párhuzamos alkotóját, majd azt visszoljuk a kiválasztott pontba. A csavarvonal 4-es pontjában az **e** érintő párhuzamos az iránykúp $\mathbf{M4}^0$ alkotójával. A $\mathbf{4}^0$ a $\mathbf{4}'$ -höz képest negyed fordulattal ellentétes forgásirányban található.

Az érintő szerkesztése a henger palástjának kiterítése segítségével

A csavarvonalnak és érintőjének az 1. és 2. ábrán bemutatott tulajdonságait alkalmazva a 4 pontbeli **e** érintőnek az \mathbf{N}_e nyompontja olyan távol van az érintési ponttól mint amekkora a csavarvonal ívhossza az 1 kezdőponttól a 4 érintési pontig. Mindez a tulajdonság az első képen a vetületre is átöröklődik, azaz a $\mathbf{4}'\mathbf{N}'_e$ érintő vetületi hossza megegyezik az $\mathbf{134}$ körív közelítő hosszával. Az érintő második képe az \mathbf{N}_e'' nyompont rendezése után összekötéssel adódik.

Megjegyezzük, hogy a csavarvonal érintői egy felületet írnak le, amely síkba teríthető. Ez a csavarvonal *kifejthető felülete*.

Az **n főnormális** ugyanaz, mint a henger normálisa, azaz merőleges a tengelyre és metszi azt.

A binormális szerkesztése a rektifikálósíkban

Az $\underline{\mathbf{R}}(\mathbf{e}, \mathbf{b})$ rektifikálósík, amely egyben a csavarvonal hengerének érintősíkja is, ebben a helyzetben első vetítés, amelyet az \mathbf{e}' körül az első képsíkba forgatunk. A (\mathbf{b}) az (\mathbf{e}) -re merőleges és az első nyompontja \mathbf{N}'_b . Ezután a binormális illeszthető az \mathbf{N}_b és 4 pontra.

A binormális szerkesztése a binormáliskúp segítségével

A csavarvonal binormálisai a simulósíkok normálisai. A simulósíkok az iránykúpnak érintősíkjai, így a binormálisok összegyűjtve egy pontra szintén forgáskúpot képeznek, a binormáliskúpot, amely az iránykúp normálkúpja. Ábrákon az \mathbf{M} csúcspontú, **p** paraméter magasságú binormáliskúp alapköre túl kicsi, ezért az alkotóit meghosszabbítva, a csúcsára állított helyzetben használjuk. A 4 pontban a binormális párhuzamos a binormáliskúp \mathbf{MB}_0 alkotójával, melyet -az érintő szerkesztésnél használt módszerhez hasonlóan- a csúcsára állított binormáliskúp esetén negyed fordulattal a forgással ellentétes forgásirányban találunk. $\mathbf{M}'\mathbf{B}_0''$ a keresett alkotó második képe.

A binormális szerkesztése a simulósíkra merőleges egyenes állításával

Ehhez szükség van a simulósík fővonalaira. Az $\underline{\mathbf{S}}$ simulósík első fővonala maga az **n** főnormális. Ezért \mathbf{b}' az érintő \mathbf{e}' első képével fedőegyenes, a \mathbf{b}'' pedig merőleges az $\underline{\mathbf{S}}(\mathbf{e}, \mathbf{n})$ simulósík **f** második fővonalának második képére.



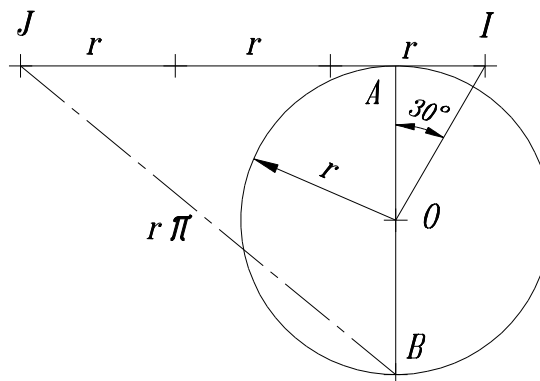
A *kisérő triéder* éleiből egy-egy tetszőleges szakaszt lehatárolva, téglalapokból álló testszögletként ábrázoltuk az $\underline{S}(e,n)$ *simulósíkot*, az $\underline{N}(n,b)$ *normálsíkot* és az $\underline{R}(e,b)$ *rektifikálósíkot*.

2.2.1. A Kochansky-féle szerkesztés (lengyel matematikus, 1685.)

A kör kerületével egyenlő szakasz készítése, azaz a körív 'kiegyenesítése' egzakt módszerrel nem lehetséges a kerület képletében szereplő π transzcendens volta miatt. Azonban közelítő megoldások léteznek, mint pl. az éppen bemutatásra kerülő Kochansky-féle eljárás (6. ábra).

A megoldás lépései:

- 1) Rajzoljuk meg a kör egy tetszőleges AB átmérőjének A végpontjában a kör érintőjét
- 2) A kör O középpontján keresztül vegyünk fel az átmérőhöz 30° -os szögben hajló egyenest
- 3) Ennek az egyenesnek és az előbbi érintőnek az I metszéspontjától az érintőre az A pont felé mérjük fel a kör sugarát háromszor, s az utolsó végpont legyen J
- 4) A J -nek és az átmérő B végpontjának a távolsága közelítőleg $r\pi$, tehát közelítőleg a félkerület hossza.



6. ábra: A Kochansky-féle szerkesztés

(Az eljárás pontossága olyannyira kielégítő, hogy pl. 500mm sugarú félkör esetében a hiba mindössze 0.03mm.)

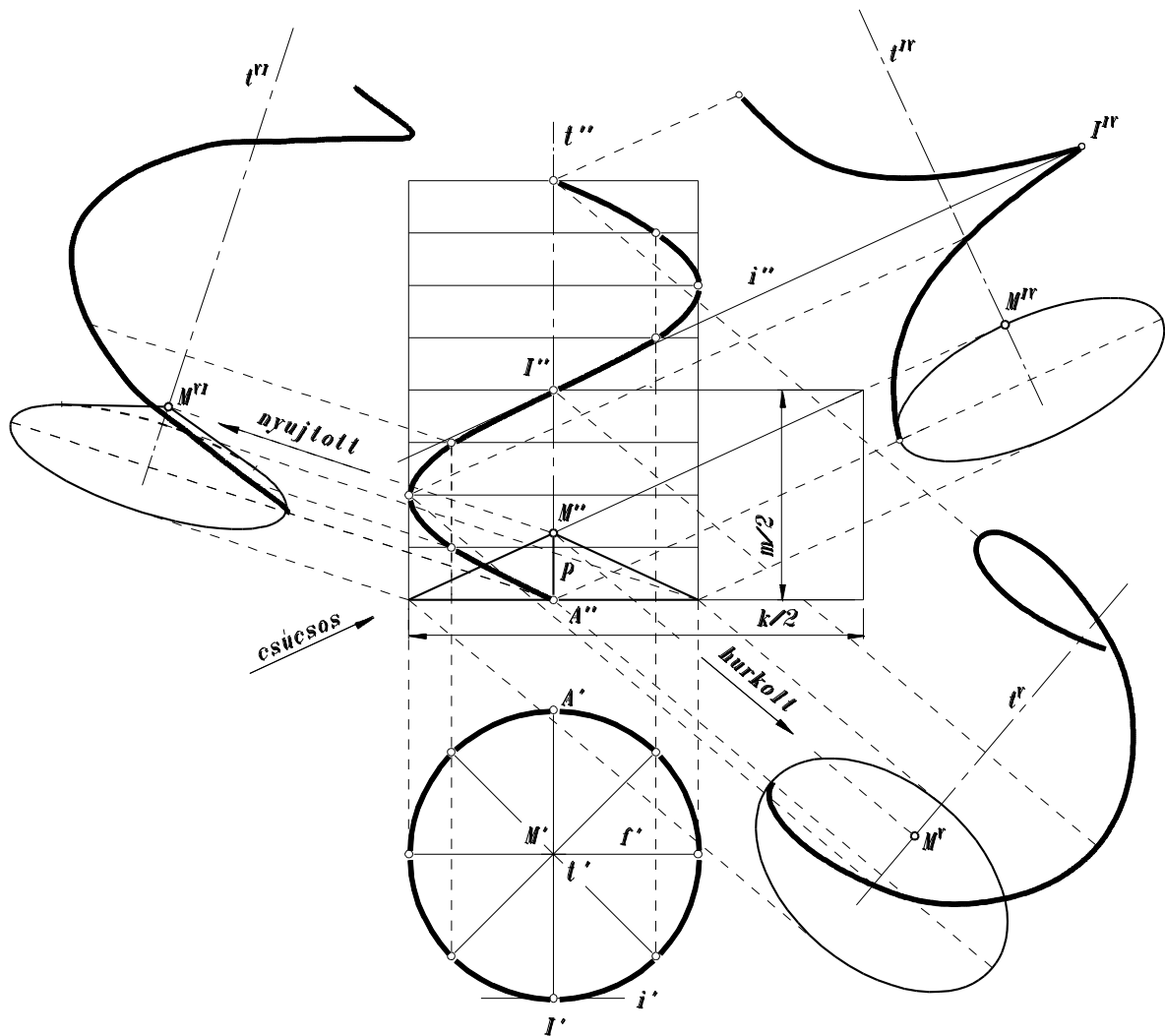
2.2.2. A csavarvonal és iránykúpja merőleges vetületének kapcsolata

Egy térgörbe valamely merőleges vetületén

- **csúcspont** keletkezik, ha az illető pontban a görbe érintő egyenese vetítősugár,
- **inflexióspont** keletkezik, ha az illető pontban a görbe simulósíkja vetítősík, de az érintője nem vetítősugár,
- **önmetszéspont** jön létre, ha a görbe valamely kettős szelője vetítősugár.

A csavarvonal iránykúpjának alkotói a csavarvonal érintőivel, érintősíkjai a csavarvonal simulósíkjaival párhuzamosak. Ezért a csavarvonal vetületén a fent említett különleges pontok keletkezése szoros kapcsolatban áll az iránykúp helyzetével, s ezáltal az iránykúp vetületével:

- ha a csavarvonal iránykúpjának létezik vetítésugar helyzetű alkotója, tehát az iránykúp csúcsának vetülete illeszkedik az alapkörének vetületére, akkor a csavarvonal képén **csúcspont** keletkezik, hiszen az iránykúp említett alkotója a csavarvonal egy érintőjével párhuzamos (7. ábra IV. kép),
- ha a csavarvonal iránykúpjának képe olyan, hogy a csúcspont vetülete az alapkör vetületén kívül van, tehát létezik két valós kontúralkotója, azaz két vetítésugar helyzetű kontúrsíkja, amely egy-egy simulósíkkal párhuzamos, akkor a csavarvonal képén **inflexióspont** keletkezik (7. ábra VI. kép),
- ha a csavarvonal iránykúpjának képe olyan, hogy a csúcspont vetülete az alapkör vetületén belül van, tehát nincs valós kontúralkotója, akkor a csavarvonal képén **önmetszés** keletkezik (7. ábra V. kép).



7. ábra: Különleges pontok a csavarvonal vetületén



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

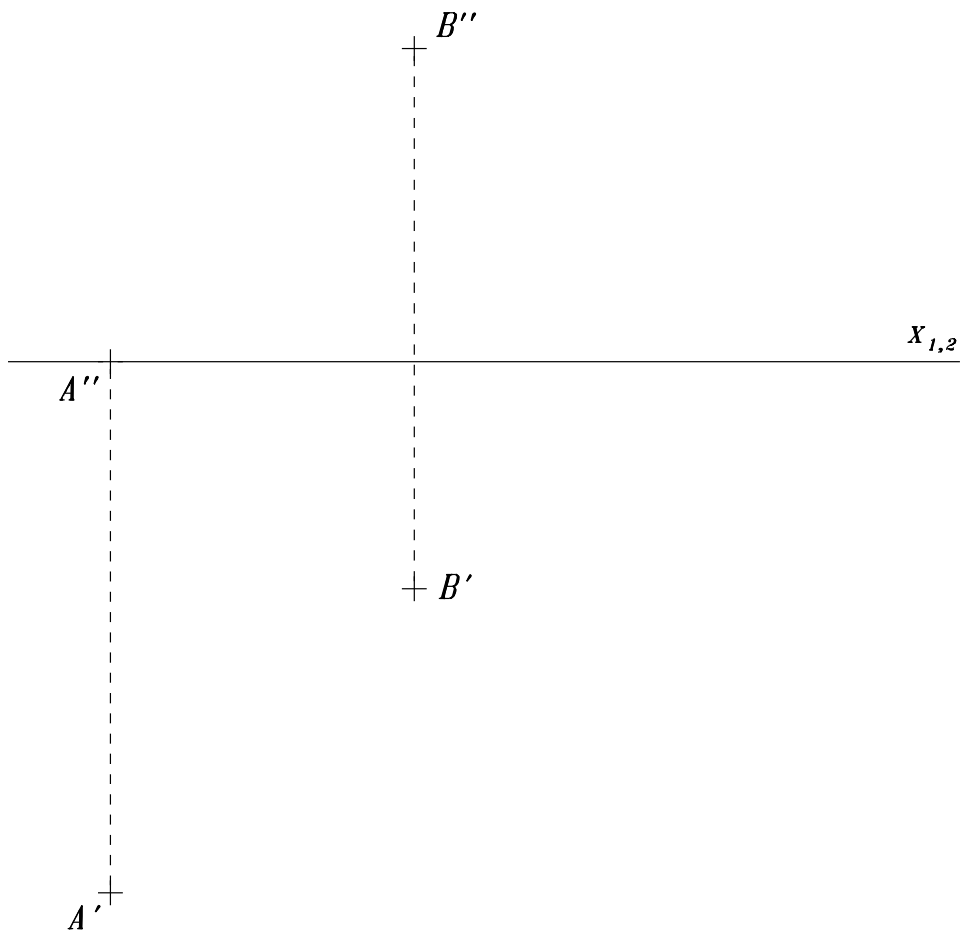
2.3. Gyakorló feladatok a csavarvonal témaköréhez

1. Feladat. Csavarvonal ábrázolása, kísérő triéderének szerkesztése

Az adott **A** és **B** pont egy első vetítősugar-tengelyű, jobbmenetű csavarvonal félmenetének kezdő- és végpontja (8.ábra).

Szerkessze meg a csavarvonal

- 1) **AB** ívének 45° -onkénti elfordulásaihoz tartozó pontjait, majd rajzolja meg a csavarvonalív második képét,
- 2) **p** paraméterét és az iránykúpját, **B** pontbeli kísérő triéderének éleit!



8. ábra



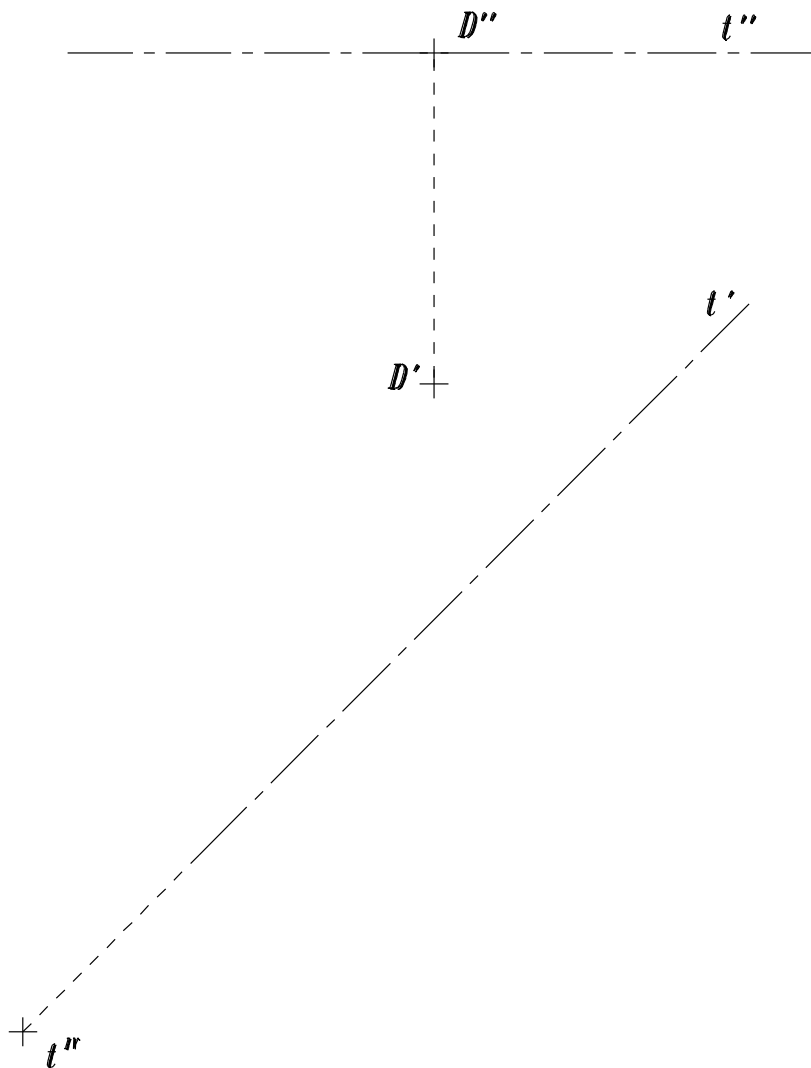
TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

2. Feladat. Kettőspont a csavarvonal vetületén

Rendezett nézeteken adott a t horizontális egyenes és a D pont (9. ábra). Ábrázolja annak a t tengelyű jobbmenetű csavarvonalnak D -t tartalmazó egy menetét, amelynek a második képén a D pont vetülete önmetszéspontra lesz, és a D pont a menetmagasságot 3:1 arányban osztja fel. Szerkessze meg a csavarvonalnak

- 1) az m menetmagasságát, p paraméterét, emelkedési szögét, g görbületi sugarát,
- 2) a D ponttól 45° -ként elfordulással kapott pontjait, majd rajzolja meg a görbe képeit!
- 3) Ábrázolja láthatóság szerint a csavarvonal hengerét a csavarvonallal együtt!



9. ábra

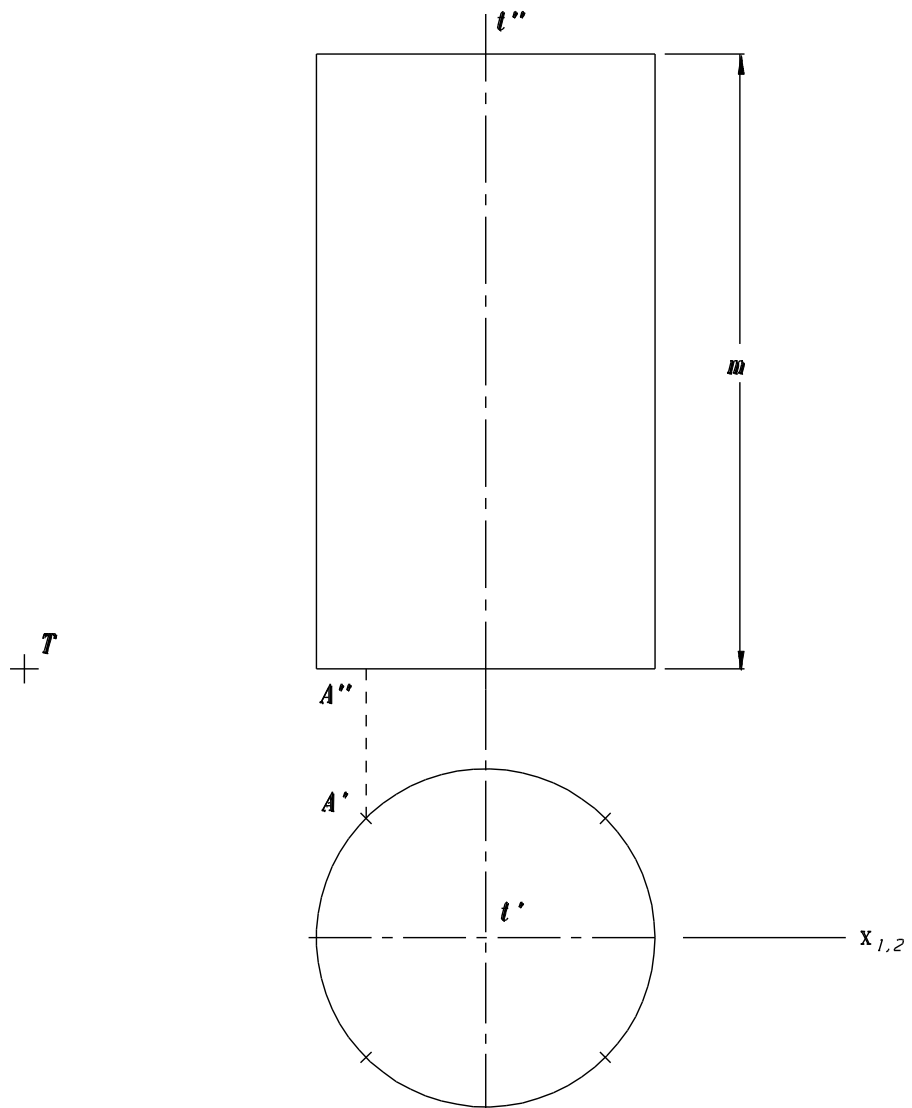


3. Feladat. Inflexiós pont a csavarvonal vetületén

Adott a t tengelyű, r sugarú, m magasságú vetítőhenger, alapkörén az A pont, valamint a rajz síkjában lévő T pont (10. ábra).

Szerkessze meg

- 1) a hengerpaláston az A pontból kiinduló, m menetmagasságú, jobbmenetű csavarvonal egy menetének 8 egyenlő elosztású pontját és rajzolja meg a görbe második képét,
- 2) a csavarvonal érintőinek t tengelyű iránykúpját és g görbületi sugarát,
- 3) a csavarvonal félmenetmagasságbeli B pontjában a kísérő triéder e , n , b éleit,
- 4) a csavarvonal elkészített menetének a második képhez kapcsolt olyan új, negyedik képét, ahol a B pont vetülete a görbe negyedik képének *inflexiós pontja* lesz! (Az elhelyezés miatt az $x_{2,4}$ tengelyt a T ponton keresztül célszerű felvenni.)



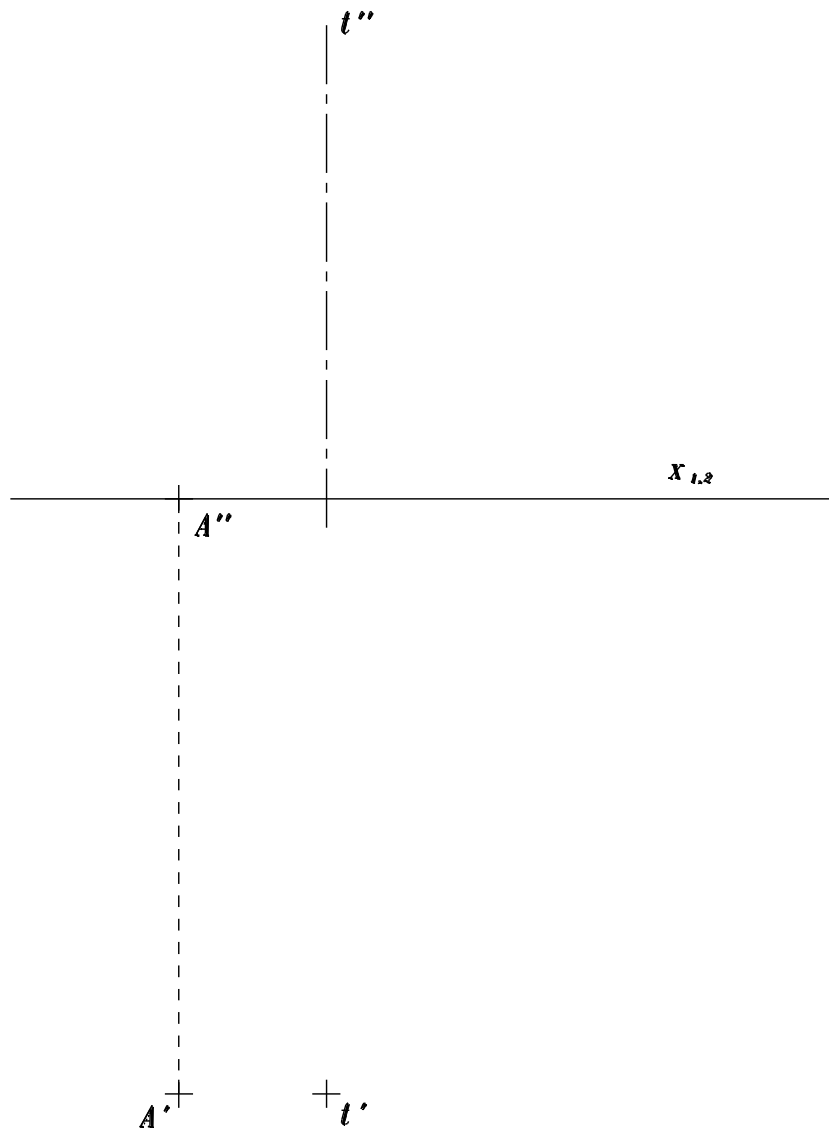
10. ábra



4. Feladat. Csavarvonal szerkesztése emelkedési szöge segítségével

Ábrázolja azt a balmenetű csavarvonalat, amelynek tengelye t , kezdőpontja A és az emelkedési szöge $37,5^\circ$ (11. ábra)! Szerkessze meg a csavarvonalnak

- 1) az m menetmagasságát, p paraméterét és simulókörének g sugarát,
- 2) $5/8$ menetét 45° -kénti felosztással, és a $3/8$ magasságbeli pontban a kísérő triédert,
- 3) az $5/8$ menethez tartozó megszerkesztett pontokban a csavarvonal érintőit és a keletkező kifejthető felületnek az első képsíkbeli nyomgörbét!
- 4) Ábrázolja láthatóság szerint a hengerpalástnak az első képsík és a csavarvonalív közötti részét, valamint a kifejthető felületnek az első képsíkon lévő nyomvonalát, az $5/8$ csavarvonalív és az $5/8$ menetmagasságban lévő pontban húzott érintő által határolt részét!



11. ábra



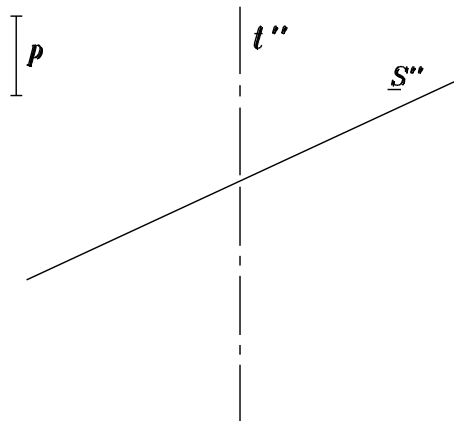
TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

5. Feladat. Csavarvonal szerkesztése simulósíkja segítségével

Rendezett nézeteken adott egy csavarvonal t tengelyével, p paraméterével és S simulósíkjával (12. ábra, az S sík második vetítésének).

- 1) Szerkessze meg a csavarvonal hengerének r sugarát, majd ábrázolja a csavarvonal S sík alatti félmenetének első- és második képét! Jelölje A -val a csavarvonal kezdőpontját és P -vel azt a pontját, amelyben simul az S síkhoz. Ábrázolja a félmenetnek 45° -kénti elfordulásához tartozó pontjait!
- 2) Szerkessze meg a P pontbeli kíséző triéder éleit: az e érintőt, az n főnormálist és a b binormálist!
- 3) Készítse el a csavarvonal megszerkesztett pontjaiban az érintőket, majd ábrázolja az érintők által alkotott kifejthető felületnek a csavarvonal és a kezdőponton átmenő, a tengelyre merőleges B bázissík közti részét!



t'

12. ábra

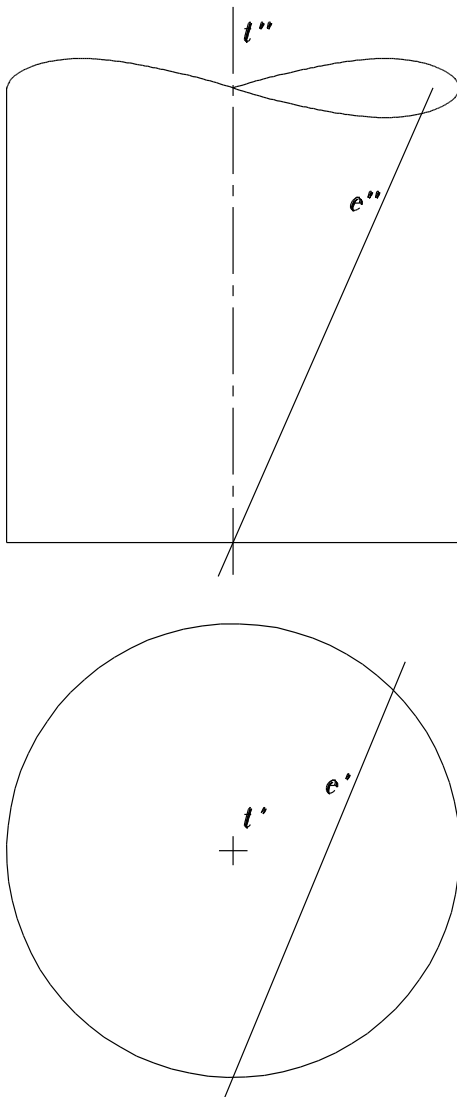


6. Feladat. Két ponton átmenő, legnagyobb emelkedésű csavarvonal

Adott a t tengelyű forgáshenger és az e egyenes (13. ábra). A hengernek az e egyenessel az alsó metszéspontja legyen A , a felső B ! Rajzolja meg a hengeren az A és B pontokon átmenő, legnagyobb emelkedésű csavarvonalívet!

Szerkessze meg (közelítőleg) a csavarvonalnak

- 1) az A pont 45° -os elfordulásaihoz tartozó hengeralkotókon lévő A_1, A_2 pontjait, majd rajzolja meg az AB ív második képét,
- 2) a p paraméterét, iránykúpját, β emelkedési szögét, simulókörének g sugarát,
- 3) a B pontban a kíséző triéder éleit: az e érintőt, az f főnormálist és a b binormálist!
- 4) Ábrázolja láthatóság szerint a hengerpalástot a csavarvonallal együtt!



13. ábra



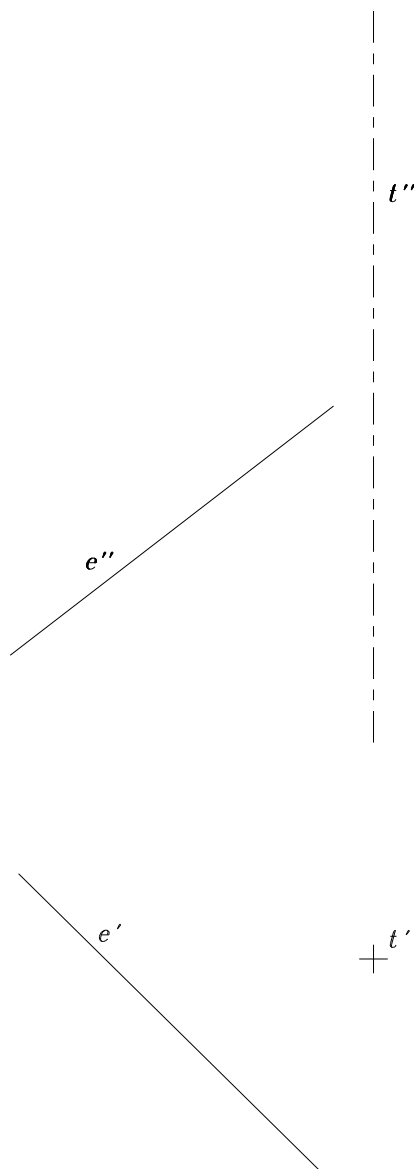
TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

7. Feladat. Csavarvonal szerkesztése érintője segítségével

Rendezett nézeteken adott egy csavarvonal t első vetítősugar tengelyével és az e általános helyzetű érintőjével (14. ábra). Szerkessze meg a csavarvonal

- 1) hengerének r sugarát, β emelkedési szögét,
- 2) p paraméterét, m menetmagasságát, valamint a g görbületi sugarát,
- 3) e érintőjének érintési pontja előtt és után egy-egy negyedmenetnyi ívét 45° -kénti elfordulásokkal készített pontokkal, majd rajzolja meg a görbeív képeit,
- 4) e érintőjének érintési pontjában az n főnormálisát és a b binormálisát!



14. ábra



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

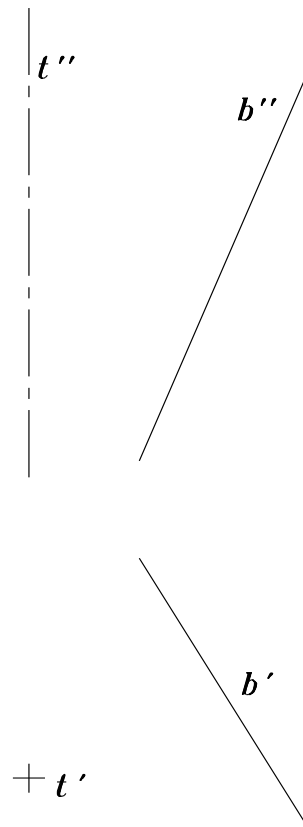
„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

8. Feladat. Csavarvonal szerkesztése binormálisa segítségével

Adott egy csavarvonal t tengelye és b binormálisa (15. ábra).

Szerkessze meg a csavarvonal

- 1) hengerének r sugarát, a binormálissal közös pont legyen A ,
- 2) β emelkedési szögét, $m/2$ félmenetmagasságát, p paraméterét,
- 3) az A pontbeli kísérő triéder másik két élét: az n főnormális és az e érintőt,
- 4) A -ból induló félmenetének, 45° -kénti elfordulásokhoz tartozó pontjait!
- 5) Rajzolja meg a csavarvonal A -ból induló félmenetét!



15. ábra



9. Feladat.

Rendezett nézeteken adjon meg egy **j**: jobbmenetű, **b**: balmenetű csavarvonalat függőleges tengelyével, valamint

1. egy pontjával és menetmagasságával, vagy
2. paraméterével és egy pontjával, vagy
3. egy menetének két végpontjával, vagy
4. egy általános helyzetű érintőjével, vagy
5. egy általános helyzetű binormálisával.

Szerkessze meg a csavarvonal egy menetét, ezen egy általános belső pontban a csavarvonal kísérő triéderét! Képsíkrendszer transzformációval készítsen a menetről olyan új képet, amelyen **o**: önmetszéspon, **c**: csúcspont, ill. **i**: inflexiós pont található! A megszerkesztett képeken ábrázolja láthatóság szerint a csavarvonal egy menetének hengerét a csavarvonallal együtt! A különböző változatok közül az *1. táblázatból válasszon!*

(Az *1. táblázat 1. - 10.* oszlopában egy-egy megoldandó feladatra utaló kódok található.)

1. táblázat

Sorszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Feladat	j	b	j	b	j	b	j	b	J	b
	o	c	i	o	c	i	o	c	i	c

10. Feladat.

Rendezett nézeteken vegye fel egy csavarvonalnak egy általános helyzetű érintőjét az érintési ponttal és egy további pontját! Tengelyének iránya legyen merőleges az első képsíkra! Az érintőnek a tengelyhez képest alkalmasan megválasztott helyzetével szerkesszen előre meghatározott jobb- vagy balmenetű csavarvonalat!

Szerkessze meg a csavarvonal hengerének sugarát, paraméterét, emelkedési szögét, menetmagasságát, görbületi sugarát! Ábrázolja a csavarvonal egy ívét!

11. Feladat.

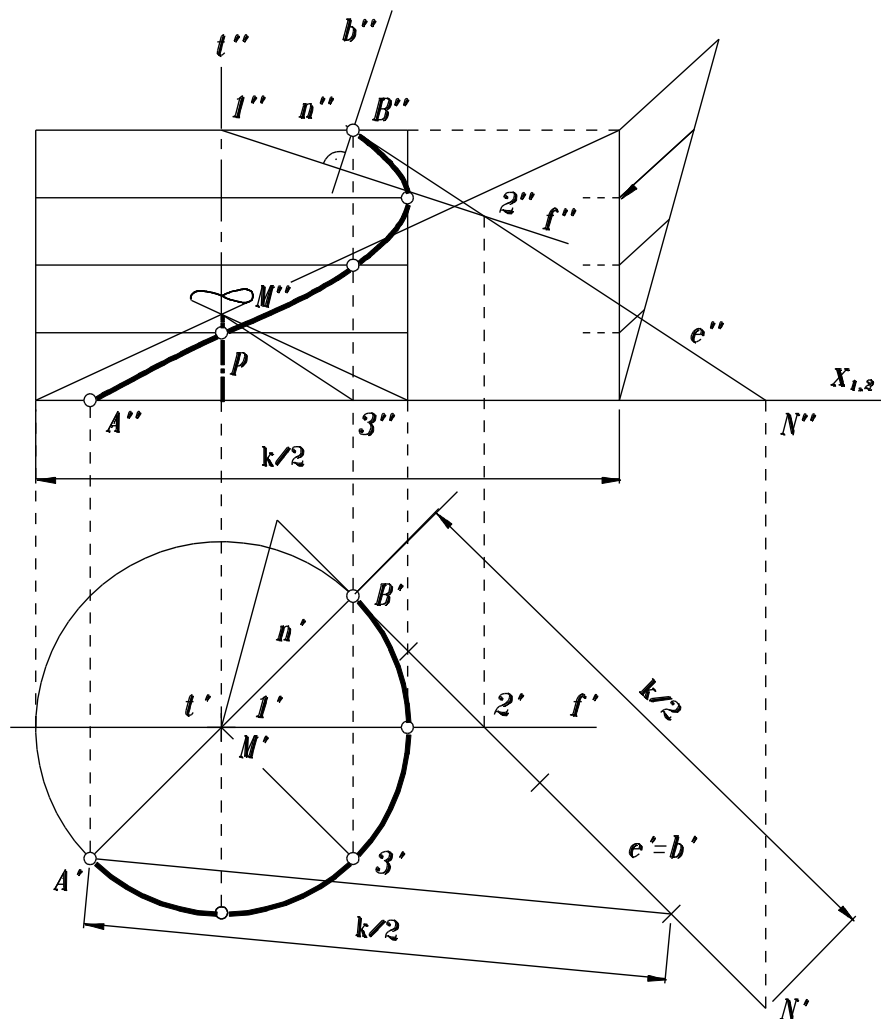
Rendezett nézeteken adja meg egy balmenetű csavarvonalnak egy általános helyzetű érintőjét az érintési ponttal, a menetmagasságát és tengelyének második vetítésugar irányát! Ábrázolja a csavarvonal egy menetnyi ívét, ha az adott érintő a félmenetmagasságban lévő pontban érinti a görbét! Szerkessze meg a csavarvonal hengerének sugarát, paraméterét, emelkedési szögét, görbületi sugarát!



2.4 Gyakorló feladatok megoldása a csavarvonal témaköréhez

1. Feladat megoldása. (16. ábra)

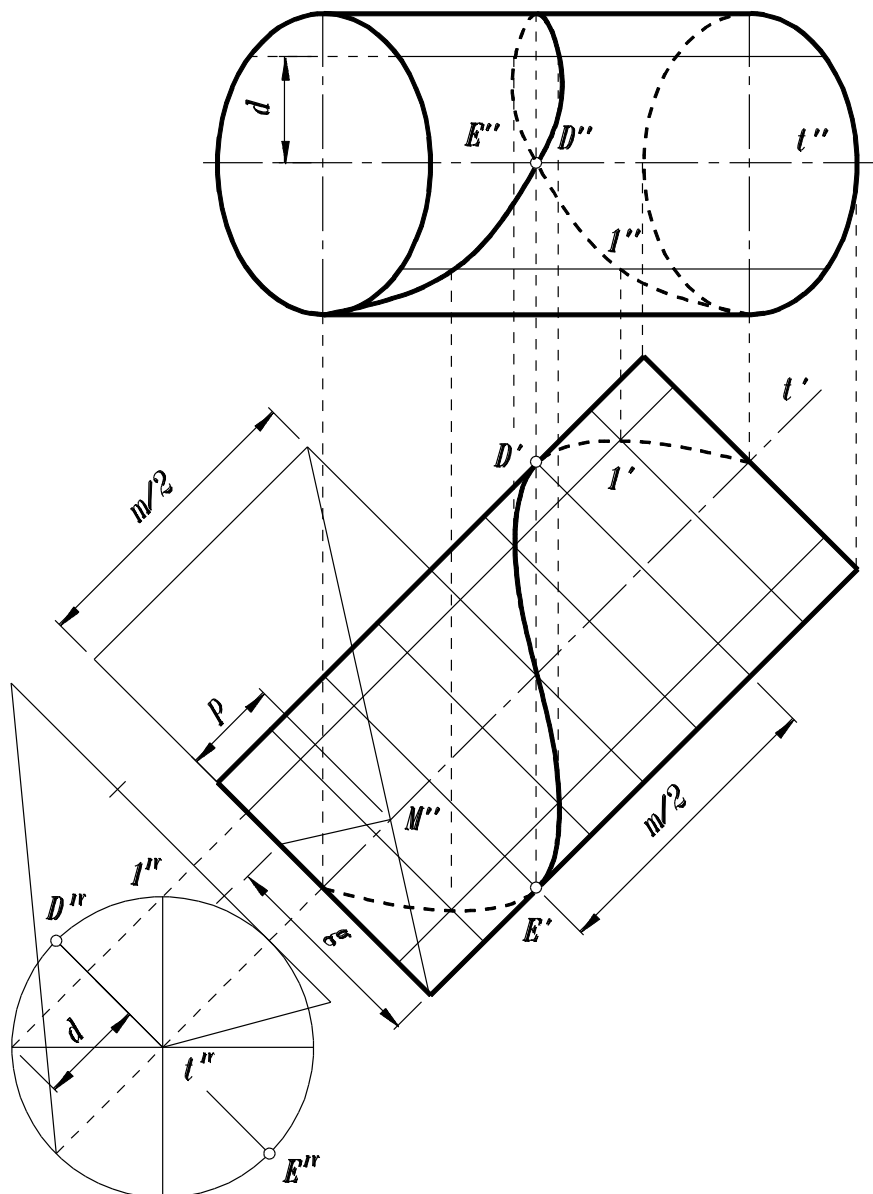
Az $A'B'$ szakasz a csavarhenger alpkörének s vele együtt a csavarvonal első képének átmérője. Az $A'B'$ felező merőlegese a csavarvonal t tengelye, az A és B pontoknak a második képen mérhető szintkülönbsége a menetmagasság fele. A félkerület közelítő hossza a Kochansky-féle szerkesztéssel készült. Az AB félmenetívhez tartozó hengerpalástrészt kiterítve a rektifikálósíkba, a keletkező derékszögű háromszöget a második képen a henger bal oldali kontúrkalkotójától jobbra helyeztük el. Így közvetlenül adódik a p paraméter és az M csúcspontú iránykúp második képe. Az $A'B'$ félkörívnek illetve a félmenethossznak négy egyenlő részre osztásával, majd rendezéssel kapjuk a görbe első és második képének pontjait. A csavarvonal B pontbeli e érintője az iránykúp $3M$ alkotójával párhuzamos (lásd a 2.4. alfejezet) az n főnormális megegyezik a henger ottani normálisával, a b binormális merőleges az $\underline{S}(e,n)$ simulósíkra, ezért a b' első fedőegyenes e' -vel, b'' merőleges az $f''(1''2'')$ -re.



16. ábra: Csavarvonalnak és kísérő triéderének ábrázolása

2. Feladat megoldása. (17 ábra)

A csavarvonalat meghatározó négy adat közül ismert a t tengely, az r sugár, a csavarodás értelme (*jobbmenetű*). Meghatározandó a menetmagasság, amelyre az önmetszéspontnak a második és első képe alapján következtetünk. A görbe vetületén akkor keletkezik önmetszésépont, ha valamely kettős szelője vetítősugár. Ennélfogva a D -re illeszkedő második vetítősugáron még egy pontja van a csavarvonalnak, s ez a hengernek a D -vel átellenes E pontja. A D és E pontok tengelymenti szintkülönbsége a csavarvonal fél menetmagassága. A további szerkesztéseket a 2. fejezetben megismert csavarvonal-tulajdonságok és képsík-transzformációs ismeretek alapján végezzük.



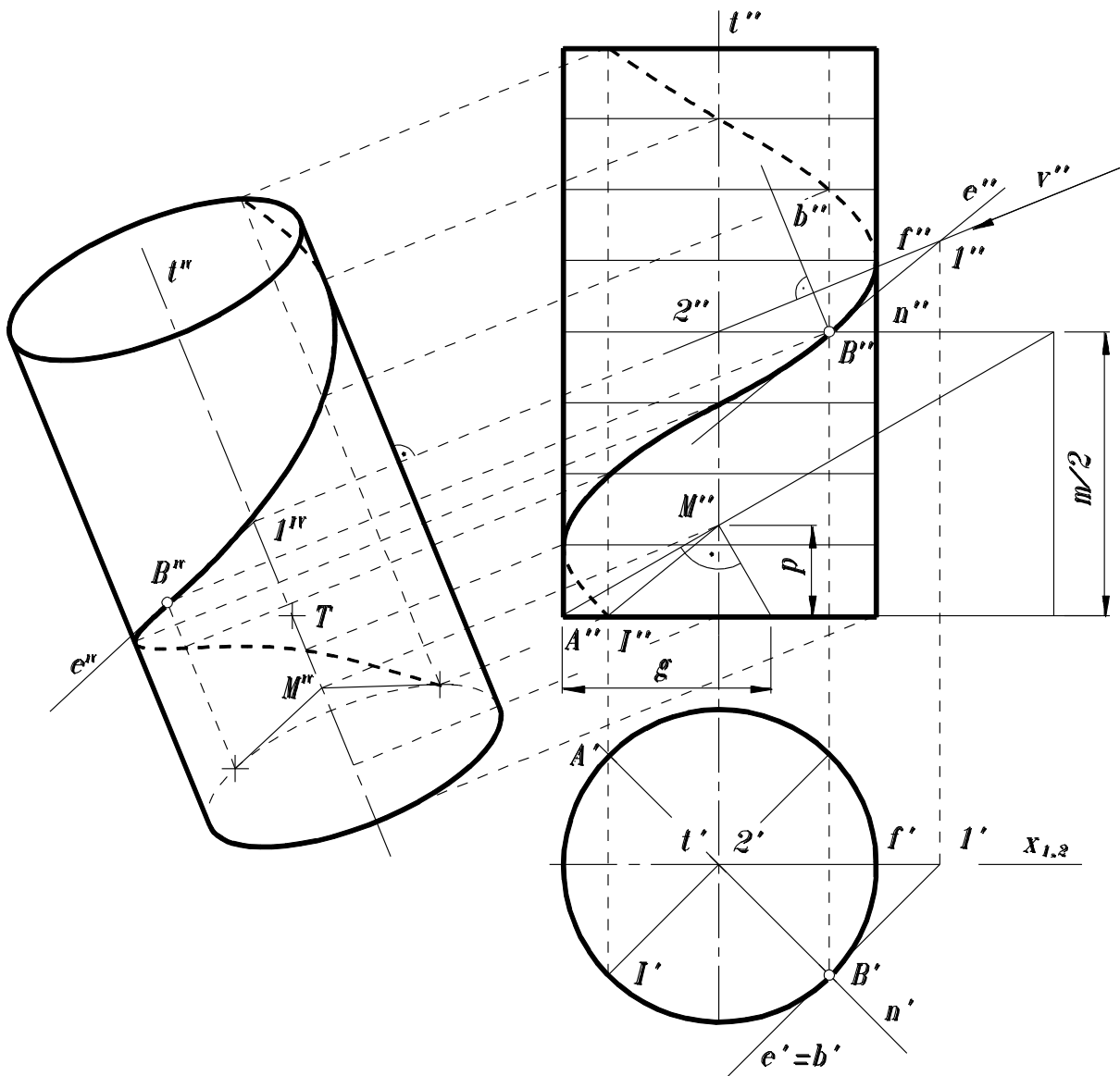
17. ábra: Kettőspont a csavarvonal vetületén

3. Feladat megoldása. (18. ábra)

A csavarvonal pontjait, vetületét, kísérő triéderének éleit a 2.4. fejezetbeli ismeretek alapján szerkesztettük.

Egy térgörbe valamely merőleges vetületén inflexiós pont akkor keletkezik, ha az illető pontban a görbe simulósíkja vetítősík, de az érintője nem vetítősugar (lásd 2.4.2. alfejezet). Továbbá egy sík akkor fog éleben látszani, ha a vetítő irány a síkkal párhuzamos. Ezért a negyedik képhez tartozó v vetítő irány (a vetületen rendező irány) párhuzamos lesz a B pontbeli $\underline{S}(e, n)$ simulósík $f(1,2)$ második fővonalával.

A csavarvonal hengerét ábrázoltuk láthatóság szerint a csavarvonallal együtt.



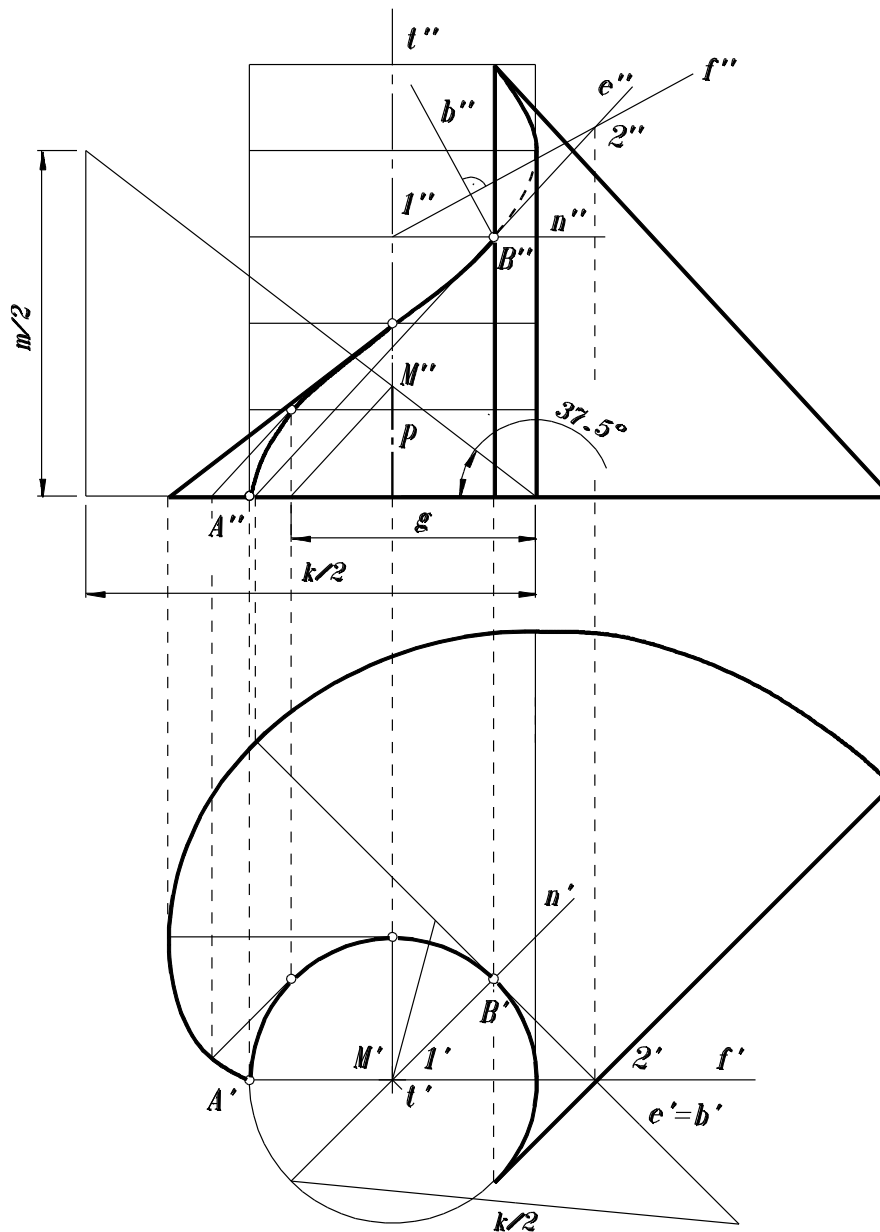
18. ábra: Inflexiós pont a csavarvonal vetületén



4. Feladat megoldása. (19. ábra)

A csavarvonal pontjait, vetületét, kísérő triéderének éleit a 2.4. fejezetben lévő ismeretek alapján szerkesztettük. A sugár ismeretében a félkerület, illetve az emelkedési szöget felhasználva a fél menetmagasság és a hiányzó paraméterek meghatározhatók.

Az érintőknek az érintési ponttól a nyompontig mért vetületi hossza megegyezik az alapkörnek a kezdőponttól az érintési pontig mért (közelítő) ívhosszával (lásd 2.4, 2.4.1 fejezet). A csavarvonalív 5 darab érintőjét szerkesztettük meg a nyompontjaikkal együtt. Ezek a síkba teríthető felület darabnak, a csavarvonal kifejthető felület részének alkotói.

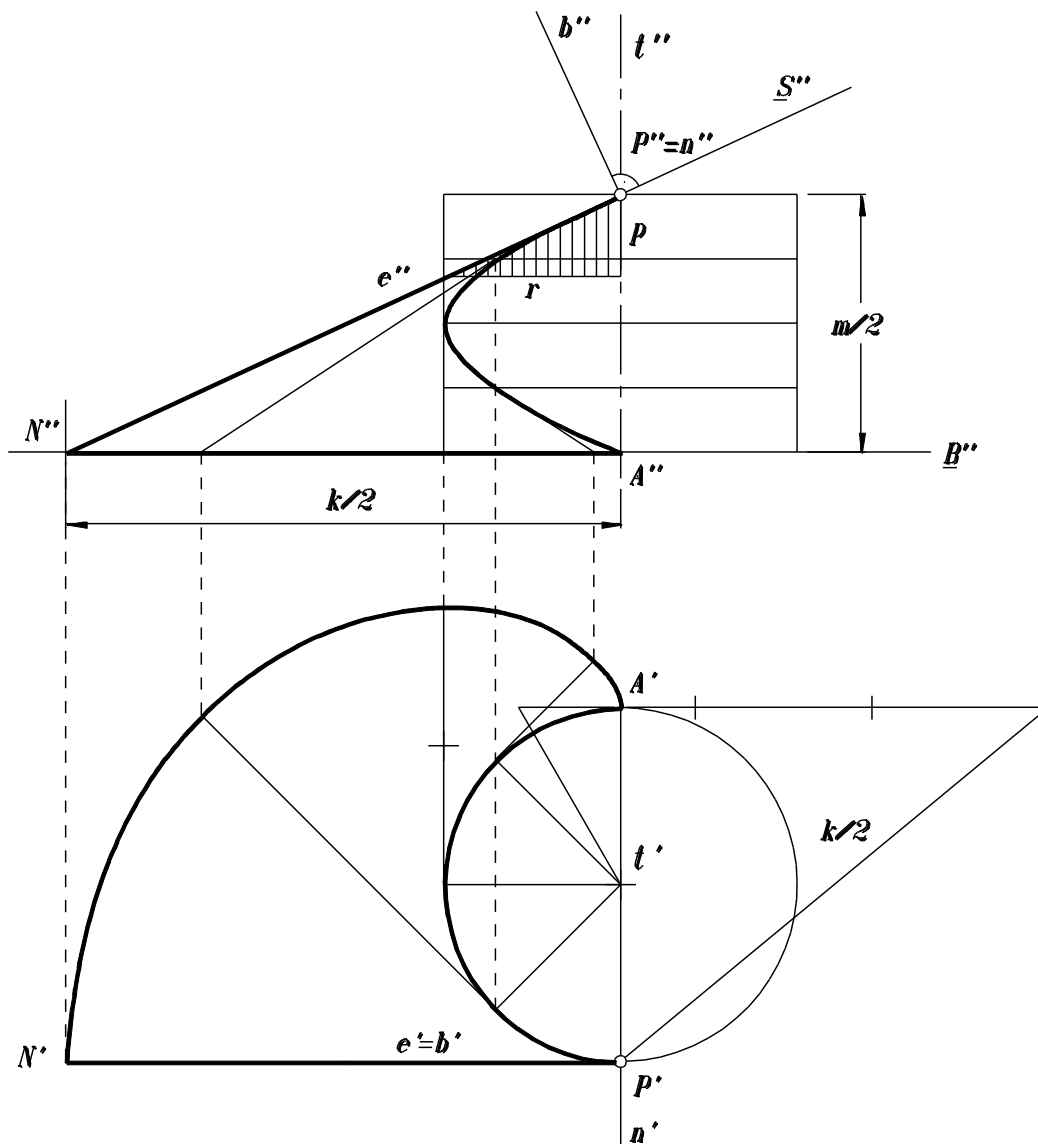


19. ábra: Csavarvonal és kifejthető felületének ábrázolása



5. Feladat megoldása. (20 ábra)

A simulósík az emelkedési szög pótszögét zárja be a tengellyel. Mivel a tengely első vetítésűsugar, a simulósík pedig második vetítésűsík, azért a szóban forgó szög a második képen valódi nagyságban mérhető. Az emelkedési szög és a p paraméter ismeretében a csavarvonal r sugarát a vonalkázott derékszögű háromszög szerkesztésével határozzuk meg. Kochansky-módszerrel készítsük el (közelítőleg) a $k/2$ félkerületet. A tengelytől $k/2$ távolságra húzott párhuzamos metszi ki az $\underline{S''}$ -ből az N'' -t, amelynek felhasználásával adódik az $m/2$ fél menetmagasság, továbbá az A kezdőpont és a ráilleszkedő vízszintes B bázissík. Végül készítsük el a csavarvonalív pontjait! A csavarvonal érintőinek a bázissíkkal alkotott dőléspontjai (nyompontjai) képezik az érintőfelületének homlokmetszetét, ami egy csúcsos körevelvens ív.



20. ábra: Csavarvonal ábrázolása



3. Csavarfelületek

3.1. Alapfogalmak

Egy t tengellyel és p paraméterrel adott jobb/balemelkedésű (jobbmenetű/balmenetű) csavarmozgás során egy elcsavart görbe, az úgynevezett generáló görbe csavarfelületet súrol. A generáló görbe pontjai csavarvonalakat írnak le a felületen, amelyeknek közös a tengelyük, ugyanaz a paraméterük és menetmagasságuk, de változó a tengelytől mért távolságuk, azaz a sugaruk.

Ha a generáló vonal egyenes, akkor a csavarmozgás közben *egyenesvonalú csavarfelületet* keletkezik. Ha az egyenes metszi a tengelyt, akkor a felület *zárt*, ha a tengelyhez képest kitérő, akkor *nyílt*, illetve ha a tengelyre merőleges, akkor *laposmenetű*, ha nem merőleges és nem párhuzamos a tengellyel, akkor *élesmenetű*. Eszerint megkülönböztetünk: *zárt laposmenetű, nyílt laposmenetű, zárt élesmenetű, nyílt élessmenetű torz csavarfelületeket*. A megcsavart egyenes különböző helyzeteiből egyenes alkotó sereg keletkezik, ezért az egyenesvonalú csavarfelület ugyanakkor *vonalfelület* is.

A felület egy pontjában az érintősíkot egyrészt a ponton átmenő egyenes alkotó, másrészt az illető pont által leírt csavarvonal érintője határozza meg. Egy-egy alkotó menti érintőknek az iránya pontról-pontra változik, mert változó a pontok által leírt csavarvonalak sugárértéke. Ennek következtében egy alkotó mentén az érintősíkok pontról-pontra változnak, tehát a vonalfelület *torzfelület*.

Egyenes csavarásával -egy kivételtől eltekintve- *torzcsavarfelület keletkezik*. Kivételt képez a csavarvonal érintői által leírt, úgynevezett *kifejthető csavarfelület*. A *kifejthető vagy síkba teríthető felületek esetében* egy alkotó mentén az érintősík állandó. *Kifejthető csavarfelület* akkor jön létre, ha a megcsavart egyenes a pontjai által leírt csavarvonalak közül az ún. torokcsavarvonalnak éppen az érintője. A torokcsavarvonalat az egyenesnek a tengelyhez legközelebbi pontja írja le.

A torzcsavarfelületnek is van *iránykúpja*, amelyet a tér egy tetszőleges pontján átmenő, a felület alkotóival párhuzamos egyenesek alkotnak. Mivel a felület alkotóinak a csavartengellyel bezárt szöge a csavarodás során változatlan, a felület iránykúpja forgáskúp. Az iránykúpot célszerű úgy ábrázolni, hogy a tengelye legyen azonos a csavartengellyel, csúcspontja pedig egybeessen a felület csavarvonalai iránykúpjának csúcspontjával. Az iránykúp félnyílásszöge nyilvánvalóan megegyezik a csavartengely és a generáló egyenes szögével.

A csavarfelület tengelyén átmenő sík a felületet a *meridián görbében* vagy *tengelymetszetében* metszi, a tengelyre merőleges síkmetszet pedig a felület *homlok-metszete*. E kétféle metszet különös figyelmet érdemel, mert sok esetben a csavarfelületet tengelyével, paraméterével és homlok- vagy tengelymetszetével szokás megadni, továbbá gyártás-geometriai, mérési problémák esetében is fontos szerepet játszanak.

3.2. Az egyenesalkotójú torzcsavarfelület érintősíkja

A 21. ábrán az adott t csavartengelyhez képest kitérő helyzetű a egyenes a tengellyel hegyesszöget zár be s így *nyílt élesmenetű torzcsavarfelületet* súrol. A csavarodás legyen jobbos.

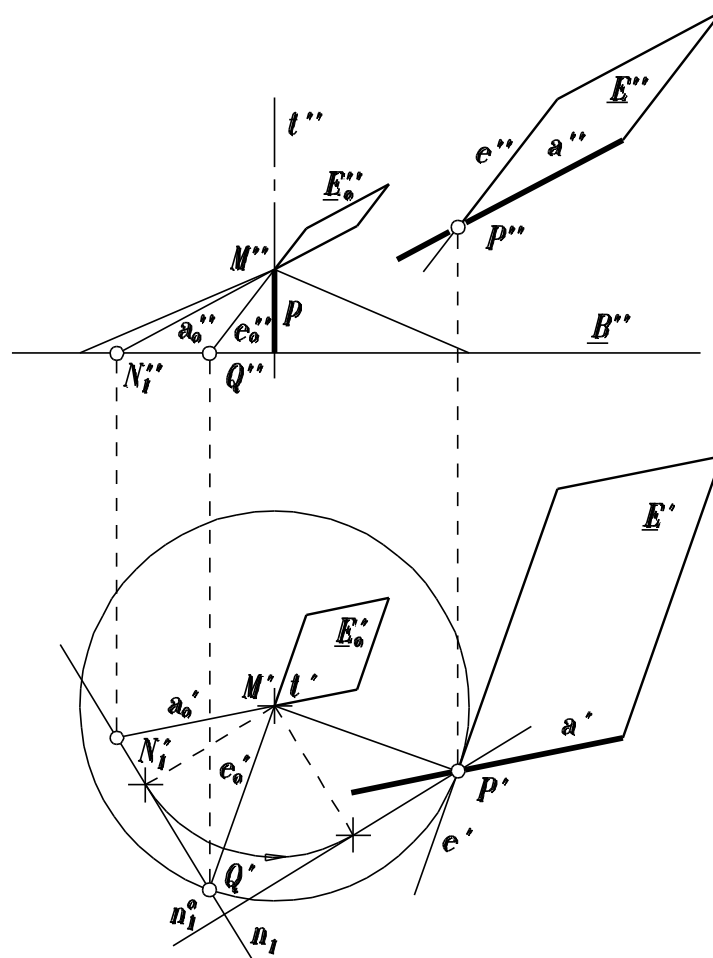


A felület P pontbeli érintősíkját a generáló görbe érintője (jelen esetben maga az a egyenes), valamint a P pont által leírt csavarvonal e érintője határozza meg: $\underline{E}(a,e)$.

A P ponton átmenő csavarvonalnak a meghatározó adatai ismertek. A tengelye t , a paramétere p , a sugara a P pont és a t tengely távolsága és jobbmenetű. Iránykúpjának tengelye t , csúcsa M , alapköre pedig a kezdőponton átmenő, a t tengelyre merőleges B bázissíkra illeszkedik. Az érintőt az 2.4. fejezetben leírtak szerint szerkesztjük.

Egyenesalkotójú torzcsavarfelület egy alkotójára illeszkedő érintősík érintési pontjának tulajdonsága

Az érintősíkbeli e egyenes, amely a P pont által leírt csavarvonalnak érintője az iránykúp e_0 alkotójával párhuzamos. Toljuk el az $\underline{E}(a, e)$ érintősíkot a csavarfelület iránykúpjának M csúcsába. Eltoltt helyzetben az $\underline{E}^0(a_0, e_0)$ síknak a tengelyre merőleges B síkban az első nyomvonal n_1 , amely az N_1 és Q nyompontokat köti össze. A P pontbeli e érintő szerkesztésekor a Q' -t úgy kaptuk, hogy a csavarvonal iránykúpjának alapkörén a P' -t a forgásiránnyal ellentétesen derékszöggel visszaforgattuk. Ha tehát a Q' -t a ráilleszkedő n_1 nyomvonalal együtt 90° -al a forgásirányba fordítjuk, akkor Q' éppen fedésbe kerül a P' -vel, az n_1^0 nyomvonal pedig az a alkotót az \underline{E} érintősík P érintési pontjában metszi.



21. ábra

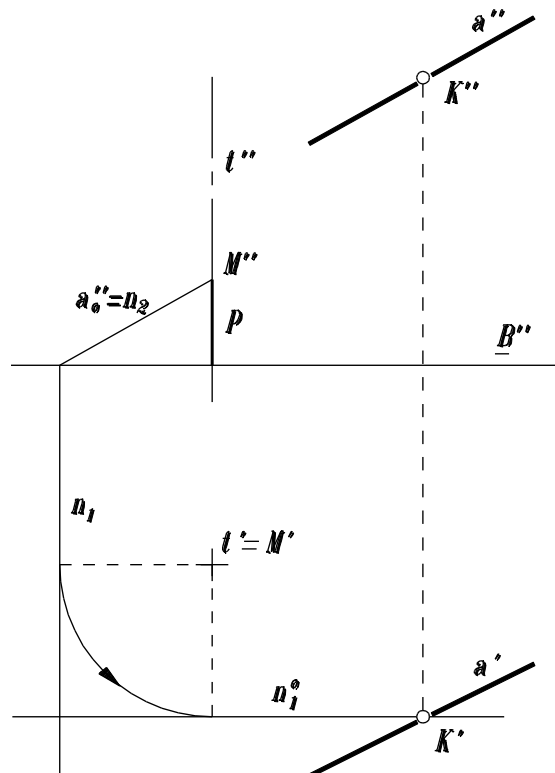


3.2.1. Egyenesalkotójú csavarfelület alkotóján a kontúrponthoz szerkesztése

Egy felület kontúrja a felület azon pontjainak halmaza, amelyekben a felület érintősíkja vetítősík. A csavarfelület alkotójának az a pontja lesz n -dik kontúrponthoz szerkesztését a 22. ábrán végezzük el.

A szerkesztés lépései:

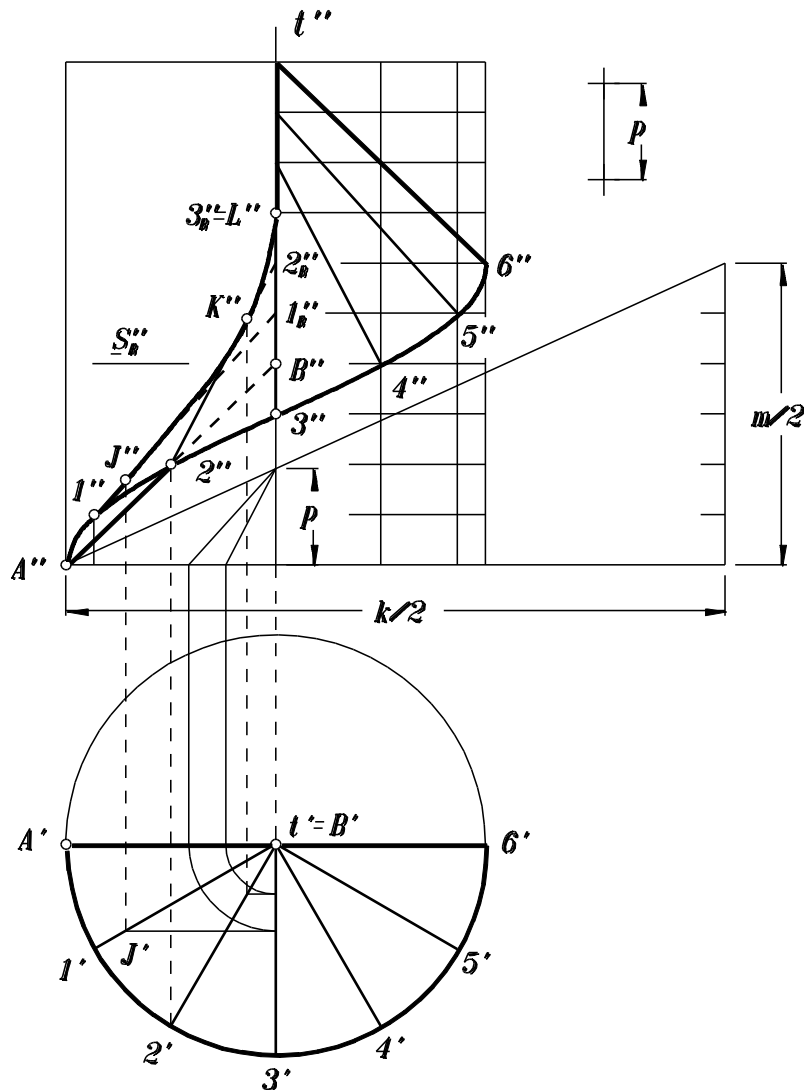
- 1) az alkotóra illeszkedő $\mathbf{a}'' = \underline{\mathbf{E}}''$ érintősíket, amely második vetítősík, toljuk el a felület iránykúpjának csúcsára. Az eltoltt vetítősíket nyomvonalával ábrázoljuk. Az élben látszó vetítősík második képe maga az $\mathbf{a}_0'' = \mathbf{n}_2$, majd megszerkesztjük az iránykúp $\underline{\mathbf{B}}$ alapsíkjával alkotott \mathbf{n}_1 nyomvonalát,
- 2) az \mathbf{n}_1 nyomvonalnak \mathbf{t} körül a forgásirányban derékszöggel az elforgatottja \mathbf{n}_1^0 ,
- 3) az elforgatott \mathbf{n}_1^0 nyomvonal az \mathbf{a} alkotót az érintősík \mathbf{K} érintési pontjában, a keresett kontúrponthoz metszi.



22. ábra

3.3. Megoldott mintafeladat

A 23. ábrán az adott t első vetítésű tengelyű, p paraméterű, jobbmenetű csavarmozgás során a tengelyt metsző, frontális helyzetű AB szakasz egy zárt élesmenetű torzcsavarfelület szalagot súrol. A csavarfelületnek egy félmenetnyi darabját ábrázoljuk.



23. ábra: Zárt élesmenetű torzcsavarfelület ábrázolása

Az A kezdőpont szintjében, az A'' -től jobbra felmérve a Kochansky-módszerrel szerkesztett félkerületet, a tengelyen pedig a p paramétert, adódik az $m/2$ félmenetmagasság. A csavarhenger első képén elkészítjük a 30° -kénti, a második képen pedig a hat egyenlő részre történő felosztást. Az osztáspontok rendezésével kapjuk az A pont által leírt csavarvonal második képét, az $1'', 2'', 3'', 4'', 5'', 6''$ pontokon keresztül. A B pont helyzetét a tengelyen kapjuk az előbbi osztásközöket egymás után felmérve az S_B'' szinttől. Az alkotók a megfelelő pontok összekötő szakaszai: az $AB, 1_B1, 2_B2, 3_B3$ alkotókat jelöltük.



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

Megszerkesztettük az **AB** szakasz 30° , 60° , 90° -os elfordulással keletkező helyzeteiben az alkotók **J**, **K**, **L** második kontúrpointjait a 3.2.1. alfejezetben leírt módon. Az előlnézeten a második kontúrpointok összessége képezi a felület képhatárvonalát, amely az alkotók közös érintő vonala. A kontúrpointok az illető alkotók láthatóságát is meghatározzák, ugyanis ezek a pontok az alkotók látható és takart részének határpointjai.

3.4. Gyakorló feladatok a csavarfelületek témakörhöz

13. Feladat.

Rendezett nézeteken adja meg egy jobbmenetű csavarmozgás függőleges tengelyét, paramétereit és

- egy a tengely mögött lévő, balra lejtő frontális egyenes szakaszt, vagy
 - egy a tengelyt nem merőlegesen metsző frontális egyenes szakaszt, vagy
 - egy a tengely előtt lévő, balra lejtő frontális egyenes szakaszt
- A. úgy, hogy a csavarmozgás során a szakasz **torzcsavarfelületet** írjon le, vagy
B. úgy, hogy a csavarmozgás során **kifejthető csavarfelületet** írjon le!

Rajzolja meg a szakasz által leírt csavarfelületszalag egy menetét, majd szerkessze meg a csavarfelület homlokmetszetének egy ívét és második kontúrjának valamely alkotóra eső pontját!

Ábrázolja láthatóság szerint a felületszalagnak a megadott alkotódarab és a homlokmetszet közti részét láthatóság szerint!

A különböző változatok közül a 2. táblázatból válasszon!

2. táblázat

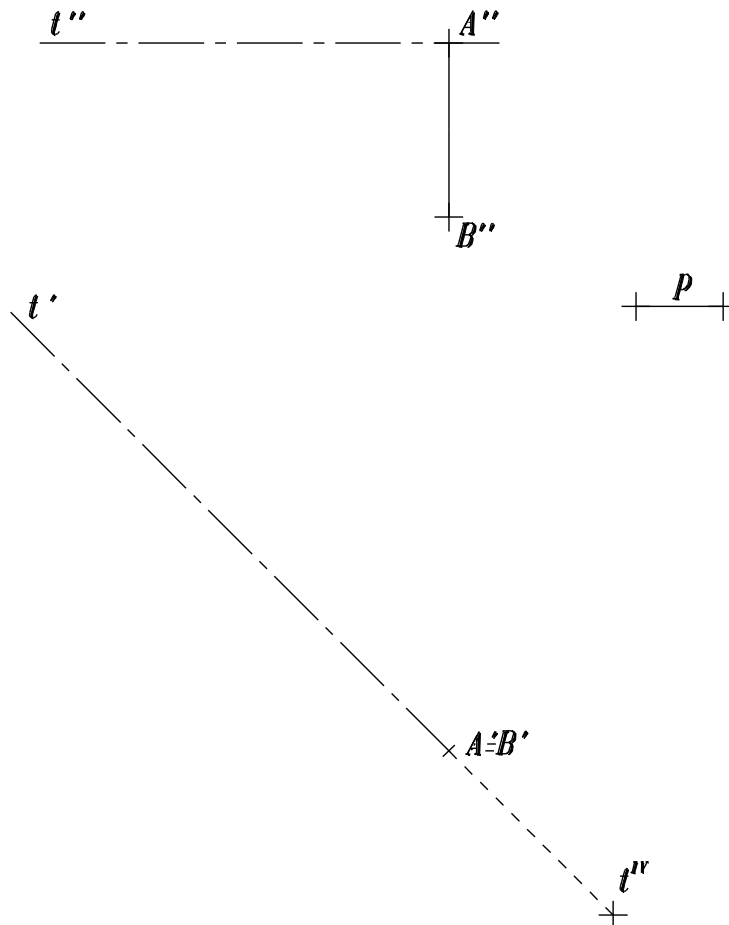
Sorszám	1	2	3	4	5	6
Feladat	a	b	c	a	b	c
	A	B	A	B	A	B

(A 2. táblázat **1.** - **6.** oszlopában egy-egy **13. Feladatban** szereplő kód található.)

**14. Feladat.**

Ábrázolja annak a jobbmenetű csavarvonalnak egy menetét, amelynek t a tengelye, p a paramétere és B a kezdőpontja! (24. ábra) Szerkessze meg (közelítőleg) a csavarvonalnak

- 1) a menetmagasságát és érintőinek iránykúpját az első képen,
- 2) a 45° -kénti elfordulásaihoz tartozó pontjait, majd rajzolja meg a görbe képeit,
- 3) az előbb megszerkesztett pontjaiban a főnormálisait!
- 4) Ábrázolja annak a *zárt laposmenetű torzcsavarfelületszalagnak* egy menetét, amelyet a főnormálisok képeznek és határvonalai: az AB szakasz kezdő és végső helyzete, a B pont által leírt csavarvonalív és a felületnek azon csavarvonalíve, amelynek a második képen csúcspontja van!

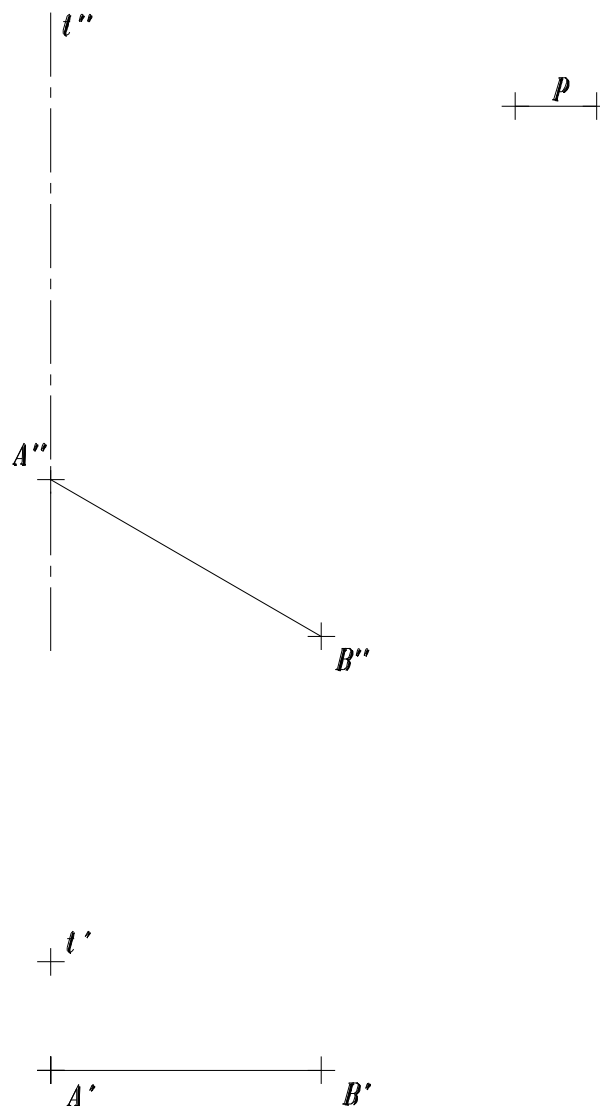


24. ábra

**15. Feladat.**

Adott egy jobbmenetű csavarmozgás t tengelyével, p paraméterével, valamint a frontális helyzetű AB szakasz (25.ábra). Ábrázolja láthatóság szerint az AB szakasz által leírt *nyílt élesmenetű torzcsavarfelületszalagnak* az AB -vel kezdődő egy menetet! Szerkessze meg

- 1) az A és B pont által leírt csavarvonalakat, amelyek az A és B pontok 45° -kénti elfordulásaihoz tartozó pontokra illeszkednek, és rajzolja meg a megfelelő osztáspontokat összekötő alkotókat,
- 2) az AB szakasz felezéspontjának a félmenetmagasságbeli helyzetében a felület normálisát,
- 3) az AB szakasz $1/8$ menetmagasságbeli helyzetében az alkotó K második kontúrponjtját!



25. ábra



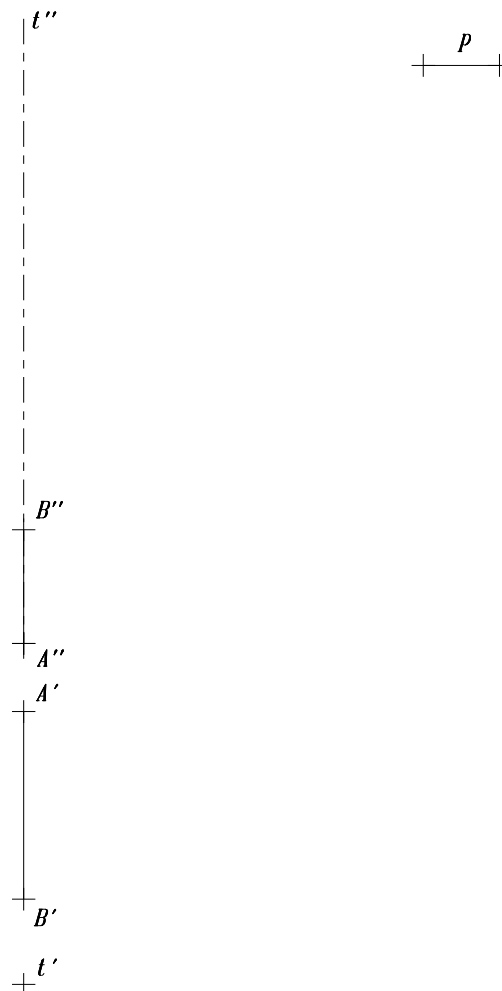
TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

16. Feladat.

Adott a t tengelyű, p paraméterű jobbmennetű csavarmozgás, valamint a profil helyzetű AB szakasz (26. ábra). Ábrázolja azt a *zárt élesmenetű torzcsavarfelületszalagot*, amelyet az AB szakasz ír le az adott csavarmozgásban egy menetemelkedés során! Szerkessze meg

- 1) az A és B pont által leírt csavarvonalak 45° -kénti elfordulásaihoz tartozó pontjait, majd rajzolja meg a görbék képeit és a megfelelő osztáspontokat összekötő alkotókat,
- 2) az AB szakasz 135° -os elfordulással keletkező helyzetében az alkotó második kontúrponjtját,
- 3) a felület A pontra illeszkedő homlokmetszetének néhány pontját és rajzolja meg a spirálisívet!
- 4) Közelítő szerkesztést alkalmazva ábrázolja láthatóság szerint a felületszalagot!



26. ábra

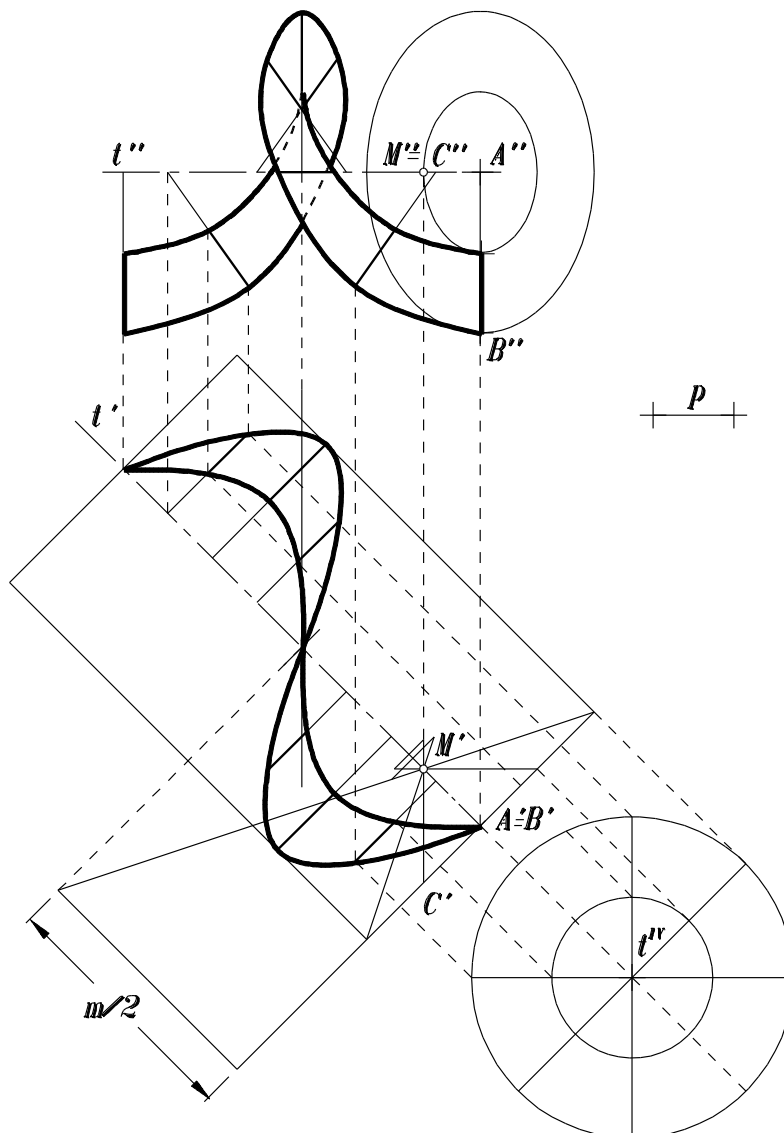


3.5. Gyakorló feladatok megoldásai a csavarfelületek témaköréhez

14. Feladat megoldása. (27. ábra)

A t tengely és a B kezdőpont ismeretében a csavarhenger vetületei elkészíthetők, a sugár és a paraméter pedig meghatározzák a menetmagasságot. Ezáltal minden adat rendelkezésre áll a B csavarvonalának és a főnormálisoknak a szerkesztéséhez.

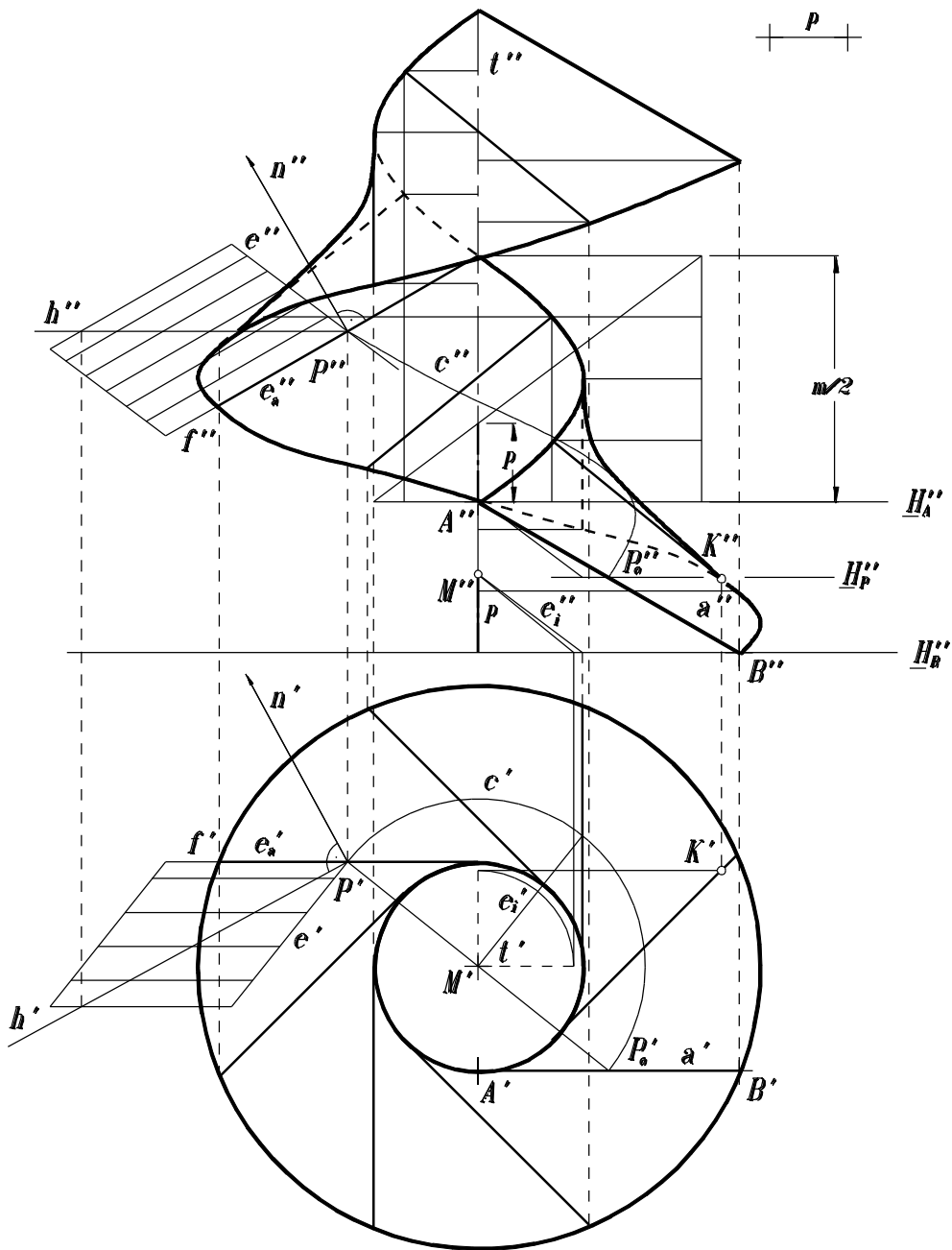
A felület azon csavarvonalívének megszerkesztéséhez, amelynek a második képen csúcspontja van, támaszkodjunk a 2.5. fejezetbeli megjegyzésre. Mivel a csavarmozgásban a felületi csavarvonalaknak ugyanaz a paramétere, ezért közös lesz az iránykúpjaik magassága is, továbbá csúcspont akkor keletkezik a vetületen, ha az iránykúp vetületének létezik vetítősugar helyzetű alkotója, azaz a csúcs vetülete rajta lesz az alapkör vetületén. Ebből az következik, hogy a keresett csavarvonal iránykúpjának MC lesz a feltételt kielégítő, második vetítősugar alkotója. (Vékony vonallal megrajzoltuk az iránykúpok első és második képét.)



27. ábra: Zárt laposmenetű csavarfelületszalag ábrázolása

15. Feladat megoldása. (28. ábra)

A 25. ábrán szereplő felvételi adatokból elkészítettük a csavarfelületszalagnak az **A** és **B** pontok által leírt határvonalait. A felület csavarvonalainak azonos a **t** tengelye, ugyanaz a menetmagassága, változó, de adott a tengelytől mérhető sugaruk és változó a kezdő szintjük: **A**-nak \underline{H}_A , **B**-nek \underline{H}_B és **P**-nek \underline{H}_P . Az 5. alkotó **P** felezéspontja írja le azt a **c** csavarvonalat, amelynek **e** érintője az érintősíknak az egyik egyenese. Az 1/8 magasságban lévő alkotó **K** második kontúrponjtját a 3.2.1 alfejezet alapján szerkesztettük. A csavarfelületszalagnak egy menetnyi darabját ábrázoltuk láthatóság szerint.

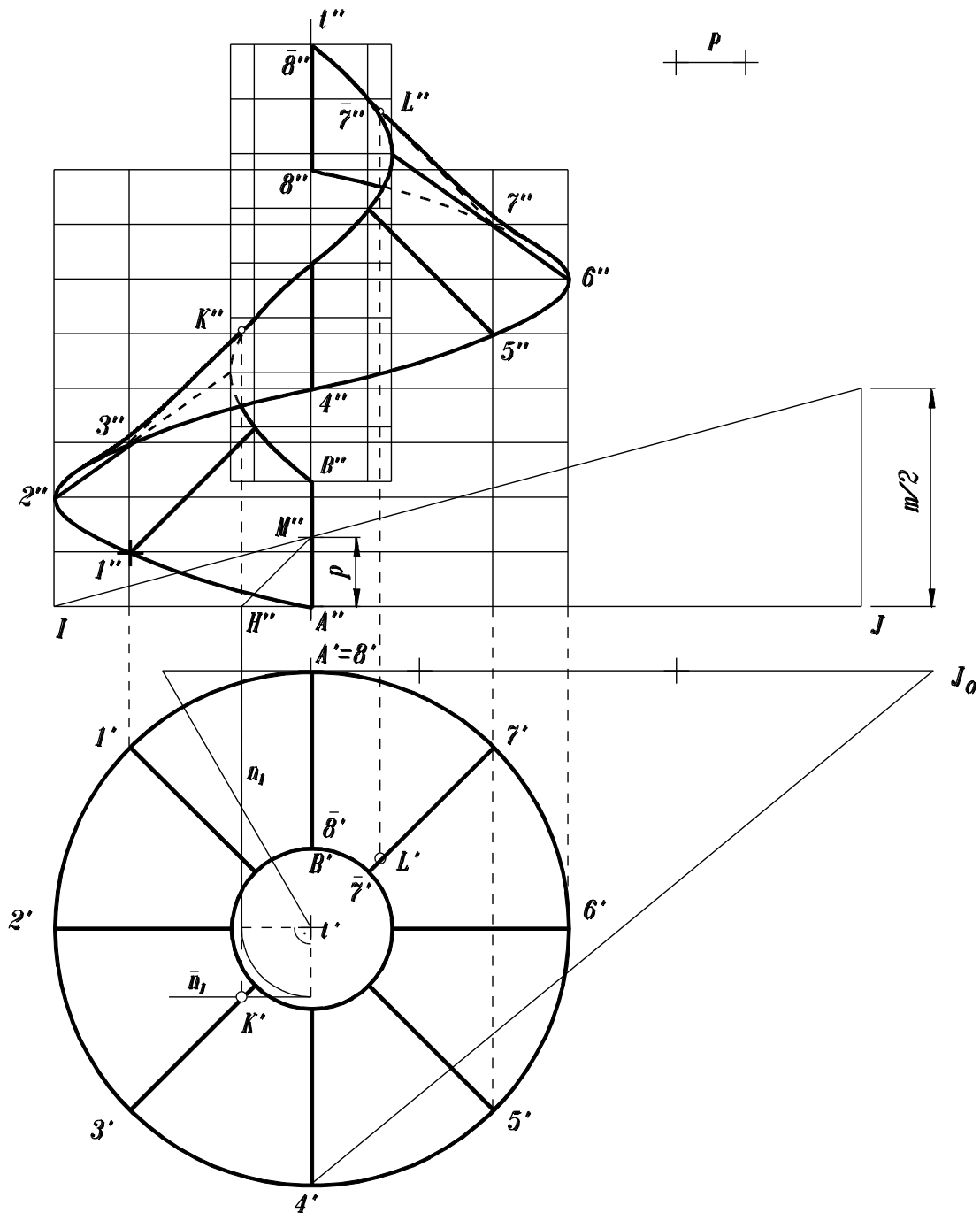


28. ábra: Nyílt élesmenetű torzcsavarfelületszalag ábrázolása



16. Feladat megoldása. (29. ábra)

A 26. ábra felvételi adataiból készítettük el a csavarfelületszalagnak az **A** és **B** pontok által leírt határvonalait. A felület csavarvonalainak azonos a **t** tengelye, ugyanaz a menetmagassága, változó, de adott a tengelytől mérhető sugaruk és az **A**-ra ill. a **B**-re illeszkedő vízszintes síkban van a kezdőpontjuk. A **3**-as pontra illeszkedő alkotónak szerkesztettük meg a **K** második kontúrponjtját a 3.2.1. alfejezet alapján. Láthatóság szerint mutatjuk csavarfelületszalagnak egy menetnyi darabját.



29. ábra: Zárt élesmenetű torzcsavarfelületszalag ábrázolása



TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010

„Eltérő utak a sikeres élethez!” A Miskolci Egyetem társadalmi, gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra

Irodalom

- Bancsik Zsolt, Juhász Imre, Lajos Sándor: *Ábrázoló geometria szemléletesen* (Elektronikus jegyzet) 2007.
- Petrich Géza: *Ábrázoló geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest 1973.
- Strommer Gyula: *Geometria*. Tankönyvkiadó, Budapest 1988.
- Geiger János: *Ábrázoló geometria*. Miskolci Egyetemi Kiadó 2013.

Köszönetnyilvánítás

Az oktatási segédlet kidolgozása a Miskolci Egyetem társadalmi – gazdasági szerepének fejlesztése, különös tekintettel a duális képzési típusú megoldásokra témakörű K+F projektje keretében - TÁMOP-4.1.1.F-13/1-2013-0010 - az „ELTÉRŐ UTAK A SIKERES ÉLETHEZ” projekt részeként – az Új Széchenyi Terv keretében – az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.