GEIGER JÁNOS

ÁBRÁZOLÓ GEOMETRIA FELADATGYŰJTEMÉNY

2012.

Bíráló:

Dr. Juhász Imre

egyetemi tanár

TARTALOMJEGYZÉK

ELŐSZÓ

Ez a feladatgyüjtemény a **Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karán** a BSc szintű képzésben résztvevő elsőéves gépészmérnök, műszaki menedzser hallgatók valamint a levelező hallgatók számára készült, de más Karok hallgatói is haszonnal forgathatják. A példaanyag a Gépészmérnöki és Informatikai Karon folyó **Ábrázoló Geometria** tantárgy oktatása keretében feldolgozandó fő fejezetek témáihoz kapcsolódik.

A tárgyalt fejezetek feladatai munkaanyagot képeznek, a tananyag módszeres begyakorlásához, az elméleti geometriai anyag jobb megértéséhez, a rajzfeladatok elkészítéséhez, továbbá az ismeretek gyakorlati alkalmazásához kívánnak segítséget nyújtani. A 'Kidolgozott feladatok' című fejezetben az egyes témakörökhöz a megoldott feladatok találhatók.

A felvételi ábrák megadásával a sokszor hosszas előtervezés ideje csökkenthető le, továbbá egy célszerű felvételen elvégzett szerkesztés eredményeként az ábrázoló geometria tartalmi és esztétikai szépségei is világosabbá válnak.

A feladatok tárgyalási stílusa igazodik az évközi és a vizsgafeladatok számonkérési stílusához, ezáltal is elősegítve a felkészülést.

A füzet ábrái a CADKEY CAD tervező-rendszerrel készültek.

Köszönetet mondok kollégáimnak: Dr. Juhász Imrének, az eredeti anyagon elvégzett lektori munkájáért és Lajos Sándornak a számítógépi kivitelezéshez nyújtott hasznos tanácsokért.

Miskolc, 2012. augusztus

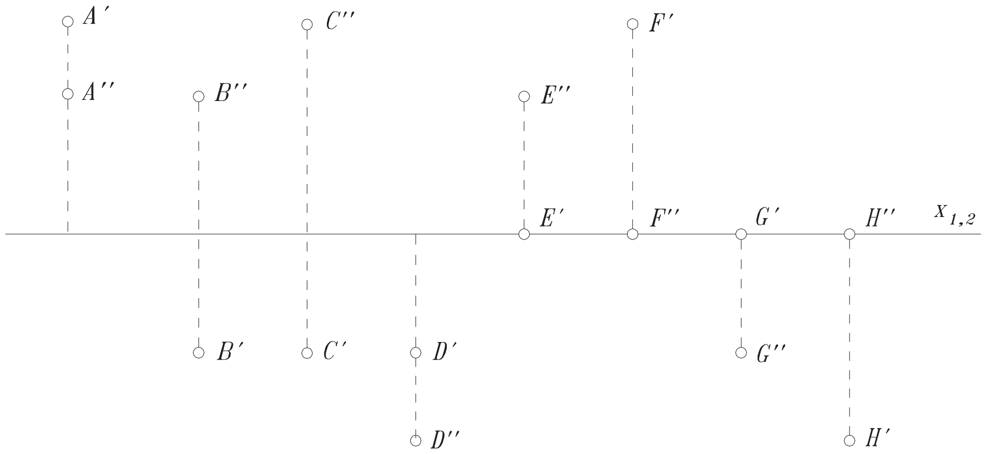
A szerző

I.1. Ábrázolja a **P**(2,3) pontot, majd tükrözze a képsíkokra és a képtengelyre! (A pont nevét követő rendezett számpár a pont első és második rendezőjének cm-ben kifejezett hosszát jelöli.)

I.2. Ábrázolja a **P**(2,4) pontot, majd ennek azt

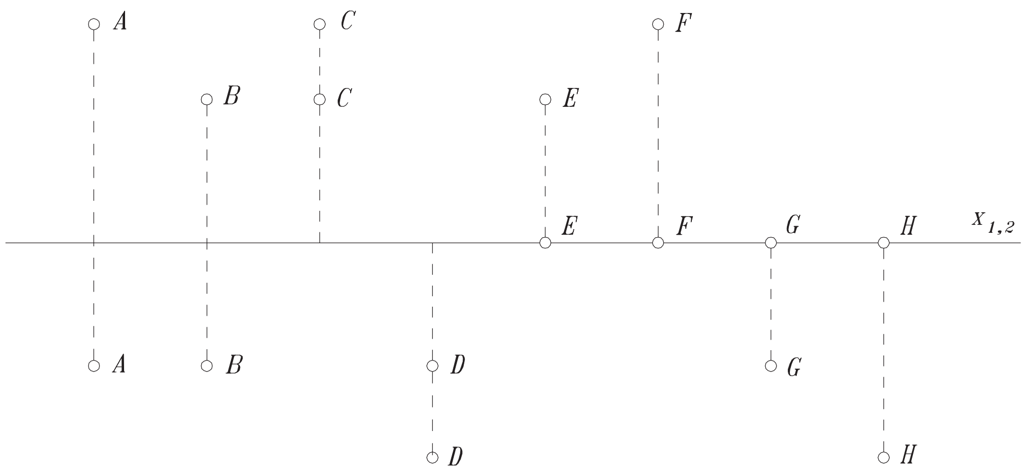
1) a **B** első fedőpontját, amelynek második rendezője 2 egység,
2) a **C** második fedőpontját, amelynek első rendezője -1 egység!

I.3. Rekonstruálja az alább ábrázolt pontokat, állapítsa meg, hogy az egyes pontok melyik térnegyedben helyezkednek el!

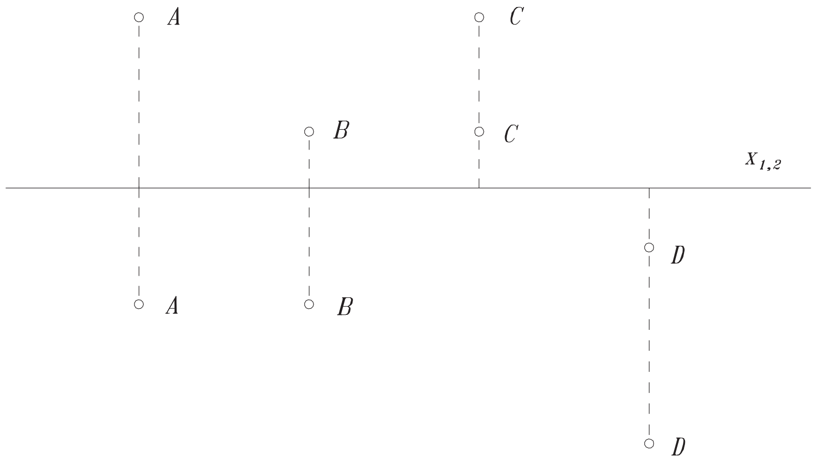


I.4. Az alább felvett pontok esetében hiányzik a képekre utaló jelölés. Helyezze el a képekhez tartozó '-t és "-t úgy, hogy

1) az **A** pont az első térnegyedben legyen,
2) a **B** pont a harmadik térnegyedben legyen,
3) a **C** pont a második térnegyedben, a második képsíkhoz közelebb legyen,
4) a **D** pont a negyedik térnegyedben, az első képsíkhoz közelebb legyen,
5) az **E** pont az első képsíkra illeszkedjen,
6) az **F** pont a második képsíkra illeszkedjen,
7) a **G** pont a második képsíkra illeszkedjen,
8) a **H** pont az első képsíkra illeszkedjen!



I.5. Az alább felvett pontok esetében hiányzik a képekre utaló jelölés. Helyezze el a képekhez tartozó '-t és "-t úgy, hogy az első képsíktól **D** legyen a legtávolabb, majd a többi pont sorrendje **A**, **B**, **C** legyen!

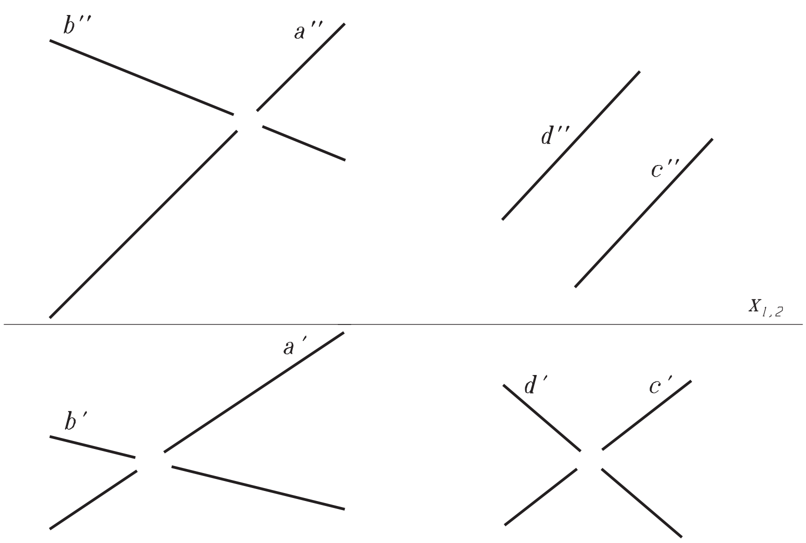


I.6. Ábrázoljon az első (vagy a második, vagy a harmadik, vagy a negyedik) térnegyedben elhelyezkedő

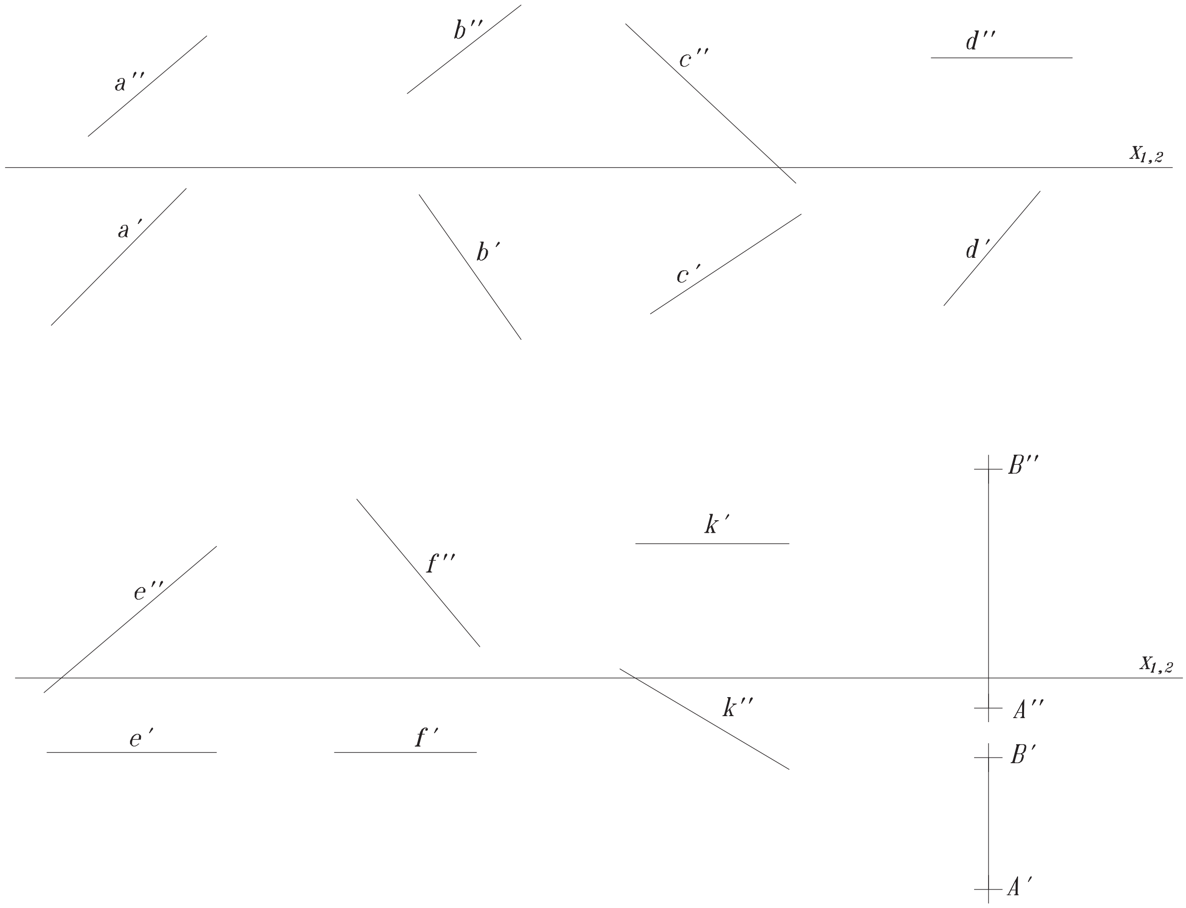
1) **a** általános helyzetű egyenest, amely mindkét képsíkkal ugyanakkora szöget zár be,
2) **h** horizontális egyenest, amely a második képsíkkal 30º-os szöget zár be,
3) **f** frontális egyenest, amely az első képsíkkal 45º szöget zár be,
4) **v** mindkét képsíkkal párhuzamos egyenest,
5) $\mathbf{v_1}$ első vetítősugarat,
6) $\mathbf{v_2}$ második vetítősugarat,
7) **p** dőlt helyzetű profilegyenest,
8) **r** feszített helyzetű profilegyenest!

I.7. Ábrázoljon horizontális (frontális) helyzetű, 4cm hosszúságú, a második (első) képsíkkal 30°-os szöget bezáró szakaszokat, amelyek rendre az első, második, harmadik, negyedik térnegyedben helyezkednek el!

I.8. Ábrázolja láthatóság szerint az **a** és **b**, valamint a **c** és **d** kitérő egyenespárokat!



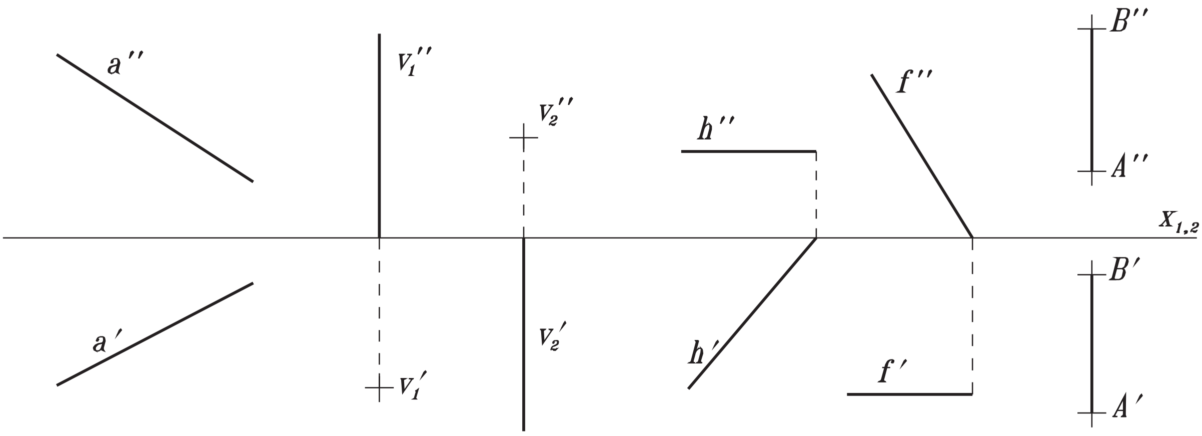
I.9. Szerkessze meg az alábbi egyenesek $\mathbf{N_1}$ első és $\mathbf{N_2}$ második nyompontjának mindkét képét!



I.10. Ábrázoljon általános helyzetű egyeneseket úgy, hogy az első és második nyompontjuk közötti szakaszuk

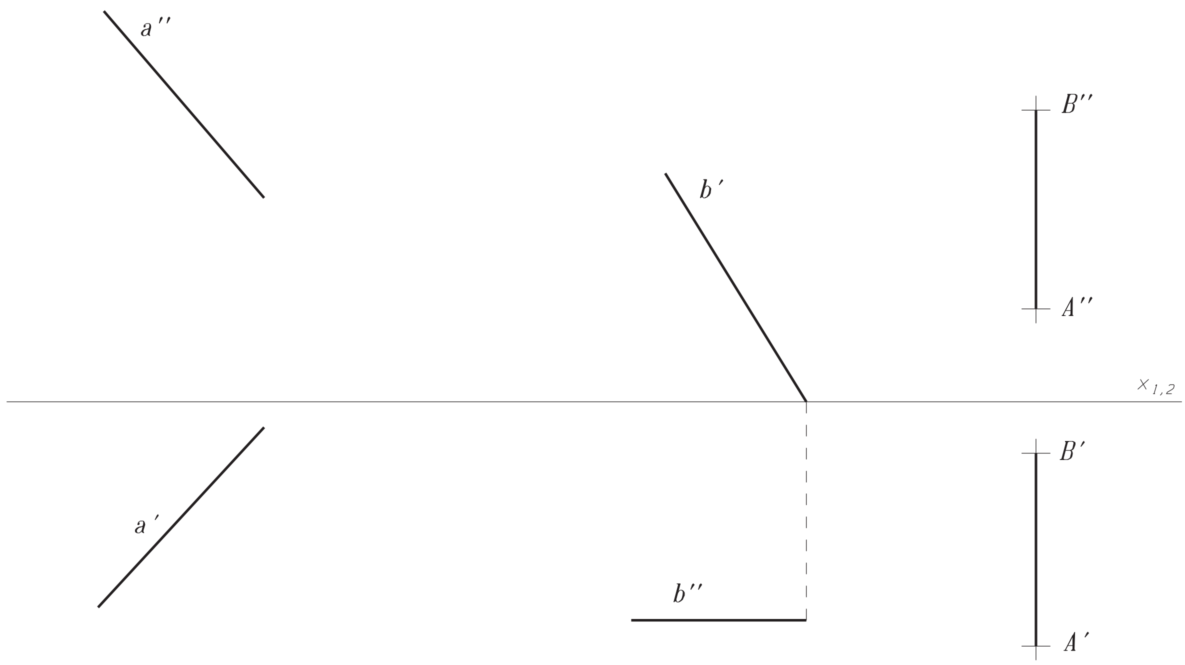
1) az első
2) a második
3) a harmadik
4) a negyedik térnegyedben legyen!

I.11. Az adott egyenesekre illesszen egy-egy pontot! A **p**(**AB**) profilegyenesnek szerkessze meg az első képsíkban lévő $\mathbf{N_1}$ és a második képsíkban lévő $\mathbf{N_2}$ pontját!

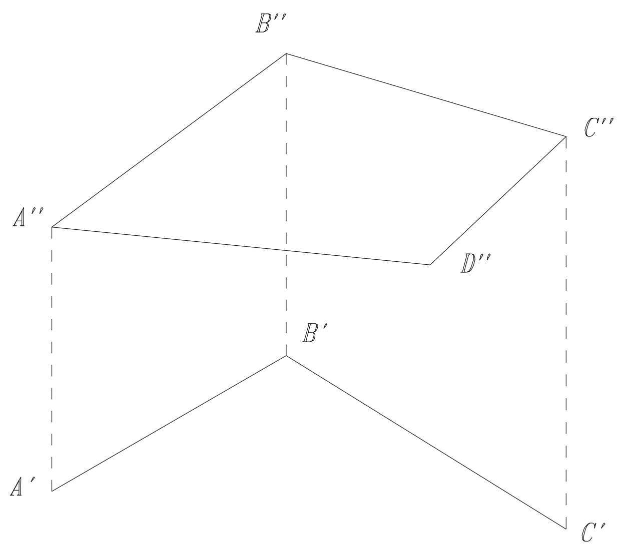


I.12. Az **a** egyenesre illessze

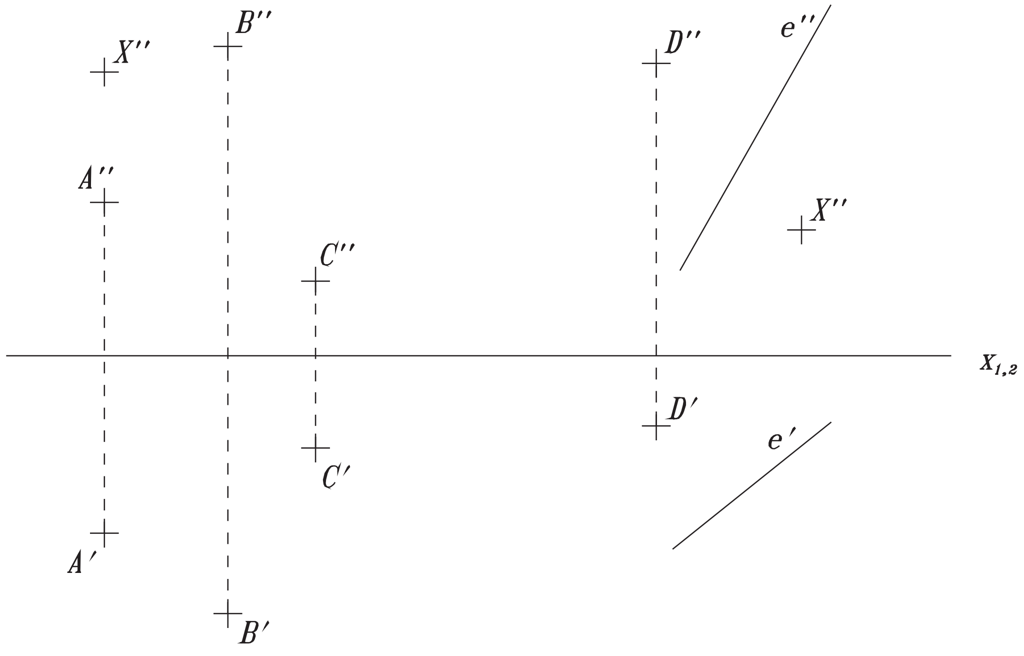
1) az **A** pontot úgy, hogy a második képsík előtt, a második képsíktól 1cm távolságra legyen,
2) a **B** pontot úgy, hogy az első képsík felett, az első képsíktól 2cm távolságra legyen,
3) a **C** pontot úgy, hogy a harmadik térnegyedben az első képsíktól 1cm távolságra legyen,
4) a **D** pontot úgy, hogy a mindkét képsíktól ugyanakkora távolságra legyen!
5) Ábrázolja a **b** egyenesnek a második képsíktól 1cm-re lévő **G** pontját, továbbá azokat a pontjait, amelyek a képsíkoktól ugyanakkora távolságra vannak!
6) Illessze a **p**(**AB**) profilegyenesre az **F** pontot úgy, hogy az első képsík felett 2cm távolságban legyen!

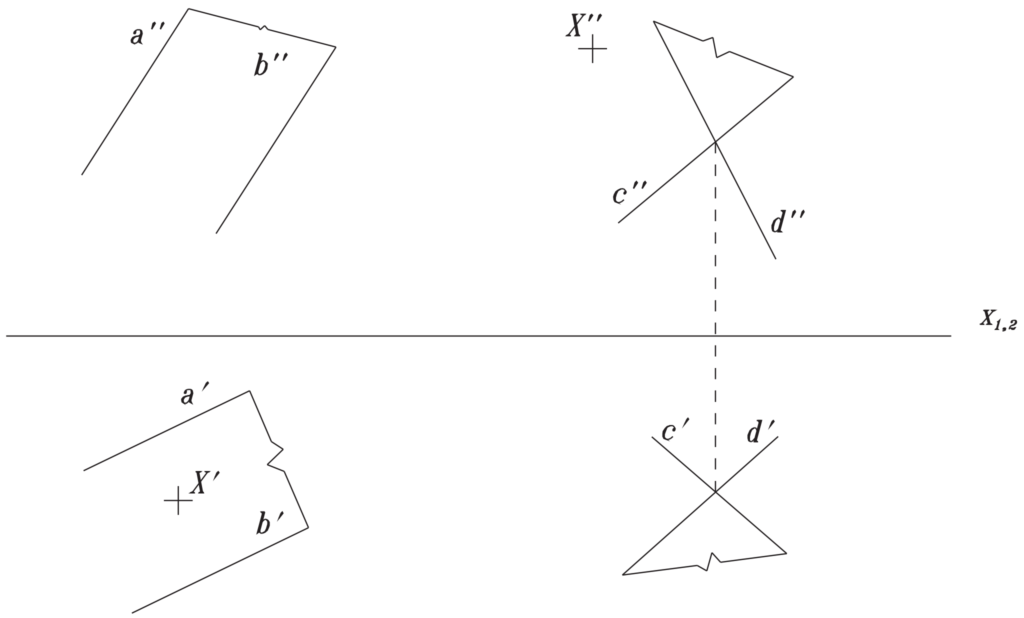


I.13. Az **S**(**ABC**) síkban adott az **ABCD** négyszög második képe. Szerkessze meg a négyszög első képét!



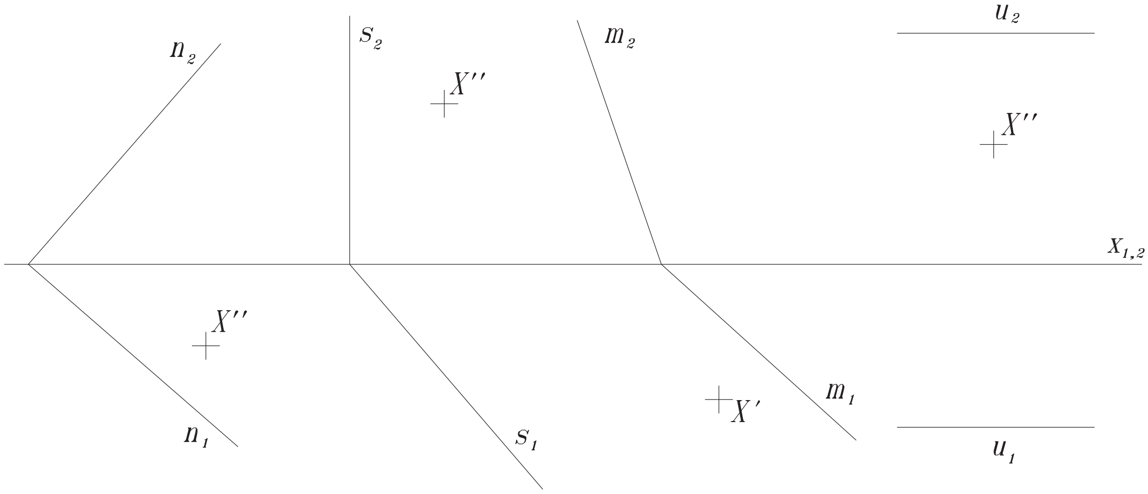
I.14. A különbözőképpen adott síkokra illessze az egyik képével felvett **X** pontot! (Szerkessze meg az **X** pont hiányzó képét úgy, hogy a pont illeszkedjen az adott síkra!)





I.15. Vegyen fel egy első térnegyedbeli szakaszt és egy pontot az első (vagy a második, vagy a harmadik, vagy a negyedik) térnegyedben. Ábrázolja az összekötő síkjuknak egy-egy első és második fővonalát (nyomvonalát)!

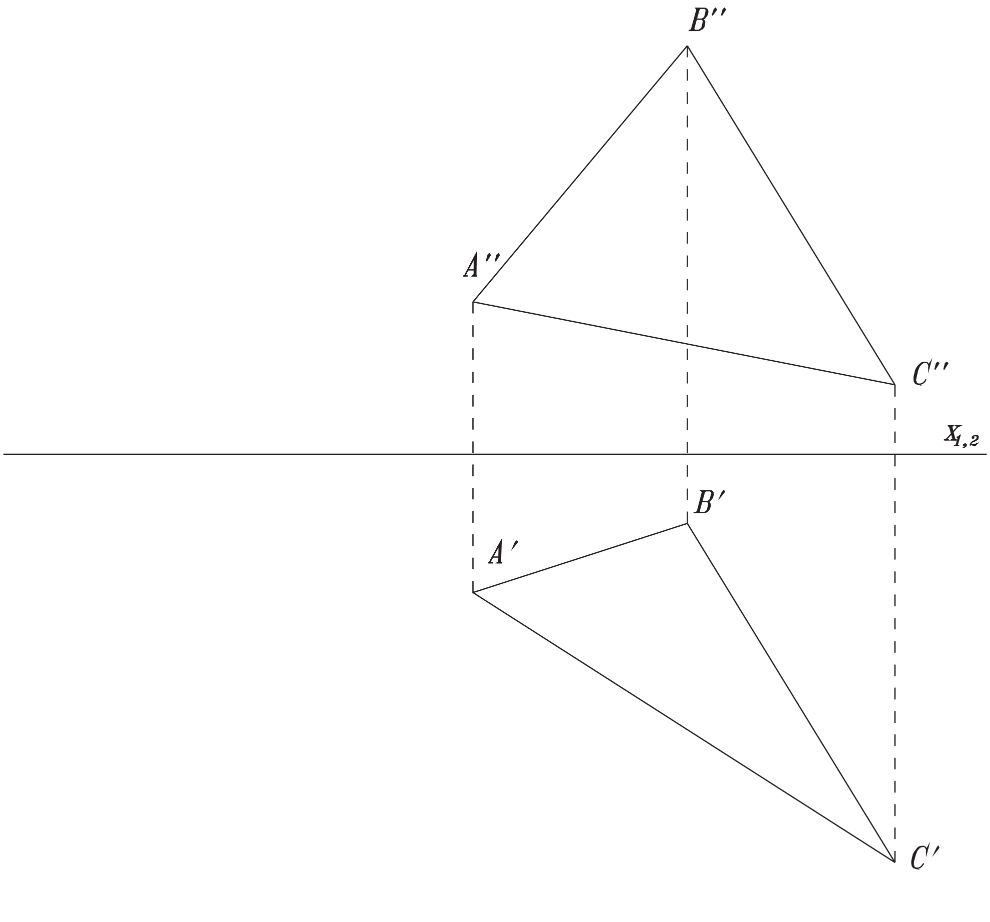
I.16. A nyomvonalaikkal adott síkokra illessze az egyik képükkel felvett pontokat! (Szerkessze meg a pontok hiányzó képét úgy, hogy a pontok illeszkedjenek az adott síkokra!)



I.17. Szerkessze meg az adott **ABC** háromszög síkjának

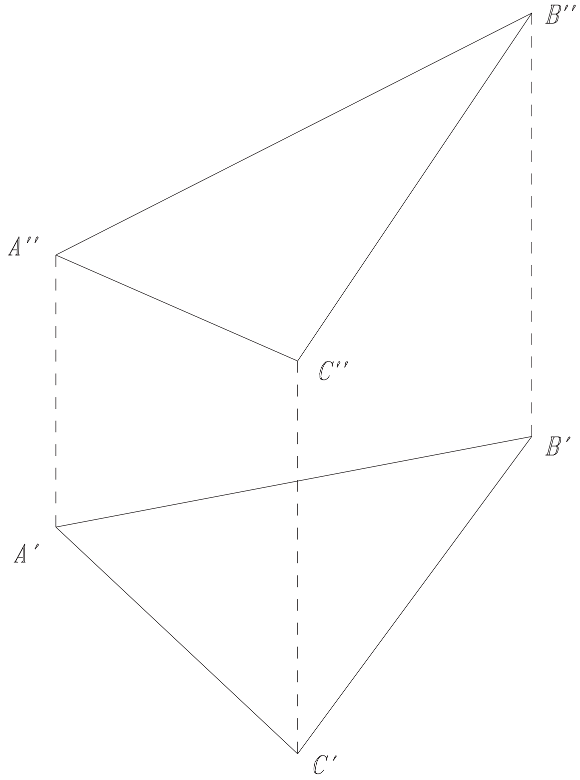
1) az **A** pontra illeszkedő **h** első és **f** második fővonalát,
2) az $\mathbf{n_1}$ első és az $\mathbf{n_2}$ második nyomvonalát,
3) a szimmetria- és a koincidenciasíkkal alkotott **s** és **c** metszésvonalát,
4) az **A** pontra illeszkedő koincidenciasíkkal párhuzamos $\mathbf{c_A}$ egyenesét,
5) a **B** pontra illeszkedő, szimmetriasíkkal párhuzamos $\mathbf{s_B}$ egyenesét!

(A szimmetriasík illeszkedik az $\mathbf{x}_{1,2}$ tengelyre és felezi az első és harmadik térnegyedet. A koincidenciasík illeszkedik az $\mathbf{x}_{1,2}$ tengelyre és felezi a második és negyedik térnegyedet.)



I.18. Vegyen fel egy-egy pontot az első és második képsíkban, valamint egy harmadik pontot az első (vagy a második, vagy a harmadik, vagy a negyedik) térnegyedben! Szerkessze meg a három adott pont összekötő síkjának első és második nyomvonalát és a harmadik pontra illeszkedő fővonalait!

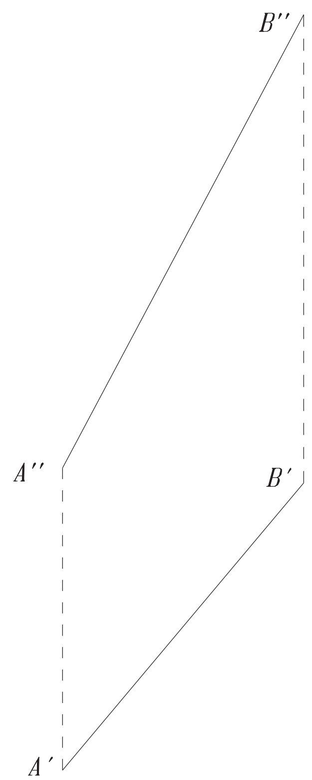
I.19. Szerkessze meg az adott **ABC** háromszög síkjának a **B** csúcsra illeszkedő $\mathbf{e_1}$ első és a **C** csúcsra illeszkedő $\mathbf{e_2}$ második esésvonalát!



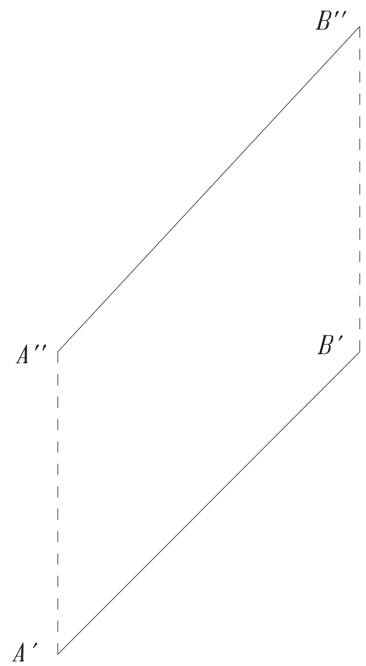
I.20. Vegyen fel $\mathbf{e_1}$ első esésvonalával egy dőlt síkot, illesszen a síkra egy **P** pontot, majd ábrázolja a sík **P** pontra illeszkedő $\mathbf{e_2}$ második esésvonalát!

I.21. Vegyen fel $\mathbf{e_2}$ második esésvonalával egy feszített síkot, illesszen a síkra egy **e** egyenest, majd ábrázolja a sík egy $\mathbf{e_1}$ első esésvonalát!

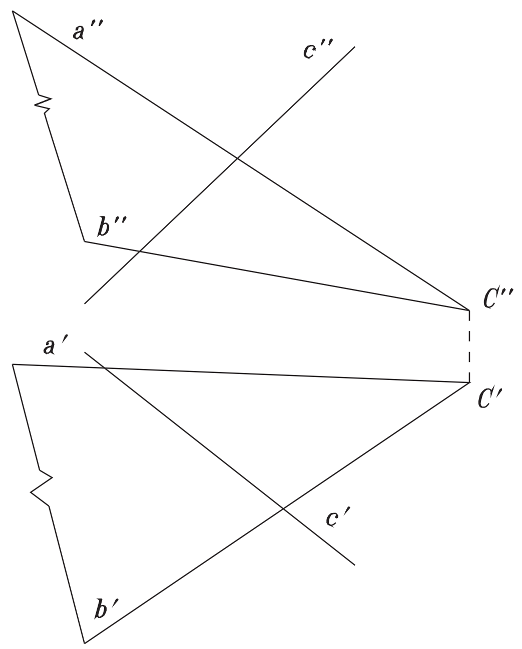
I.22. Adott az **AB** szakasz. Szerkessze meg annak az **ABCD** paralelogrammának az első és második képét, amelynek egymással párhuzamos **AB** és **CD** oldala síkjának első esésvonala, **AD** és **BC** oldala síkjának második fővonala, **BD** átlója pedig profilegyenes.



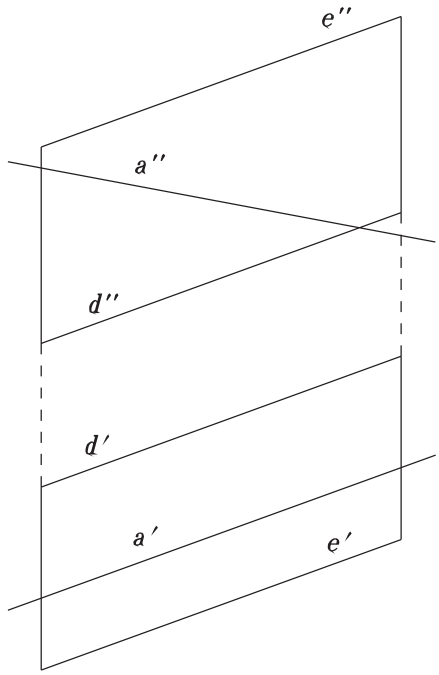
I.23. Adott az **AB** szakasz. Szerkessze meg annak az **ABCD** paralelogrammának az első és második képét, amelynek egymással párhuzamos **AB** és **CD** oldala síkjának második esésvonala, **AD** és **BC** oldala pedig síkjának első fővonala és 40mm hosszú. A **CD** oldal az **AB**-től jobbra legyen.



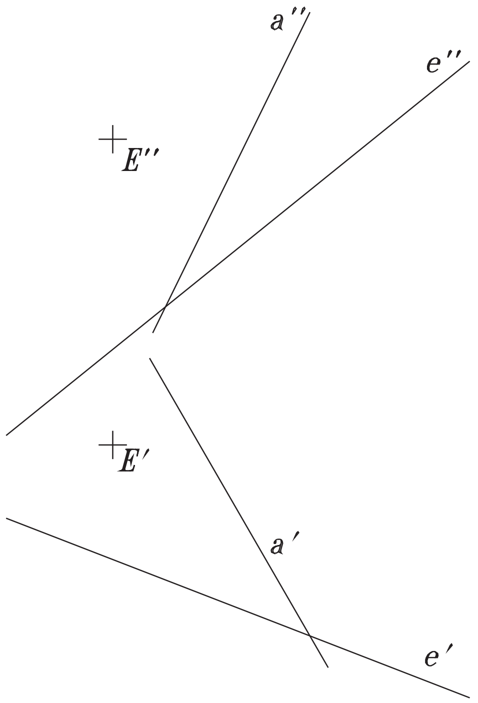
I.24. Szerkessze meg a metsző egyeneseivel adott **S**(**ab**) sík és a **c** egyenes döféspontját, és tüntesse fel láthatóságukat!



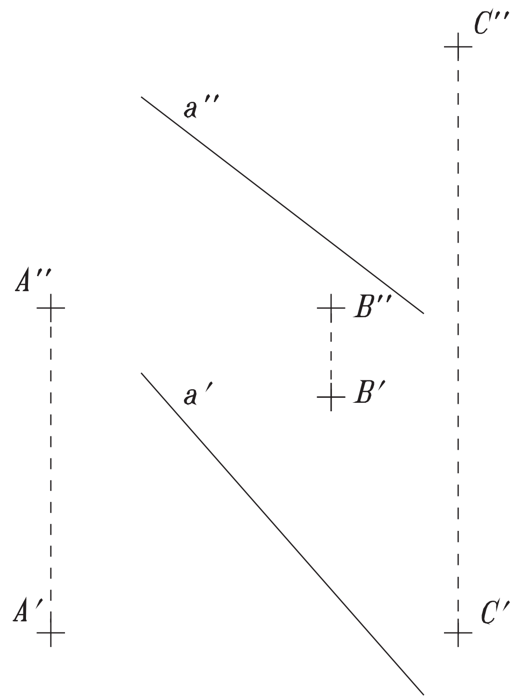
I.25. Szerkessze meg az adott paralelogramma és egyenes döféspontját, és tüntesse fel láthatóságukat!



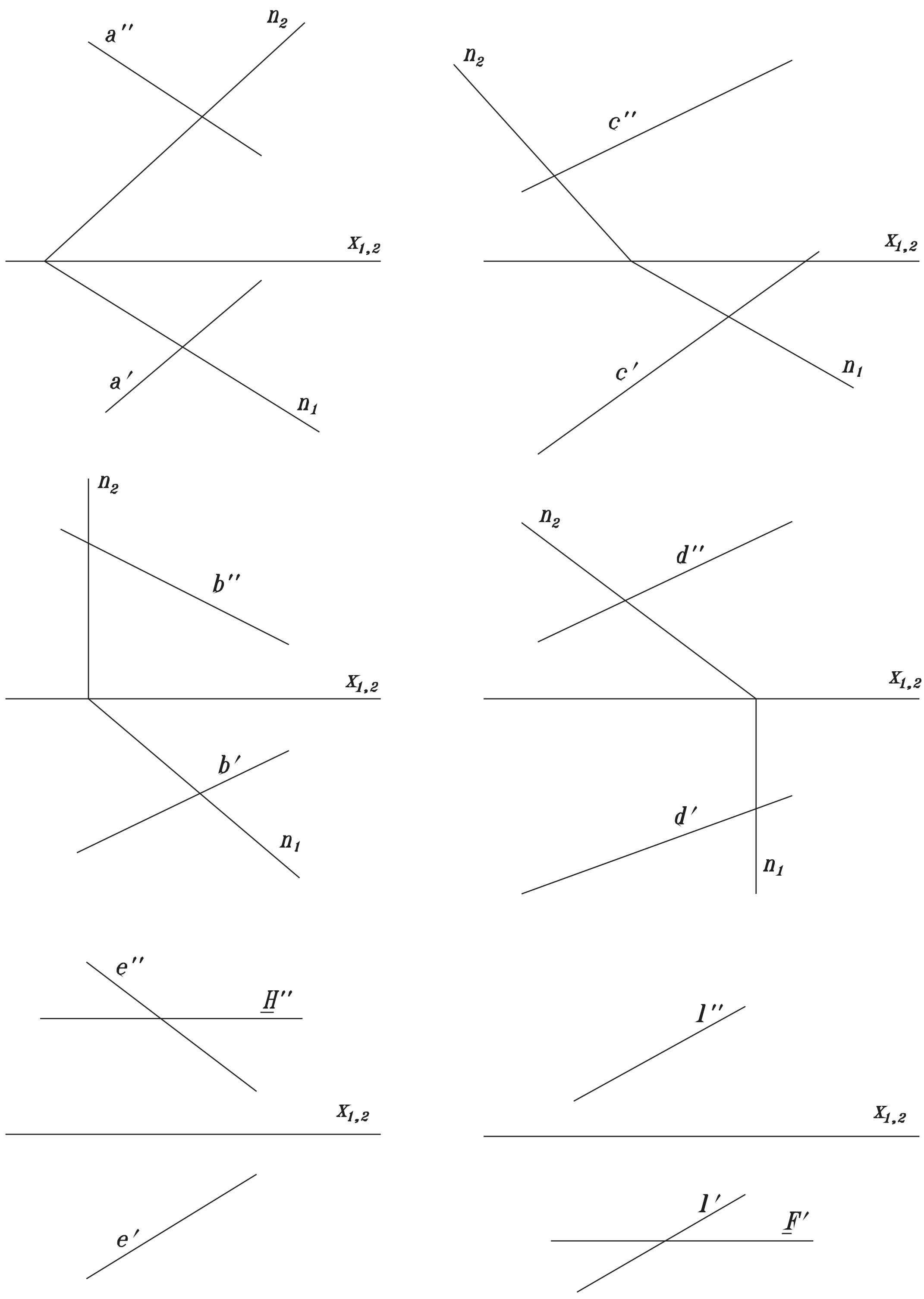
I.26. Szerkessze meg a **B**(**Ee**) sík és az **a** egyenes döféspontját! A metszés után ábrázolja a döféspontot is tartalmazó síkrészt és az egyenest láthatóság szerint!



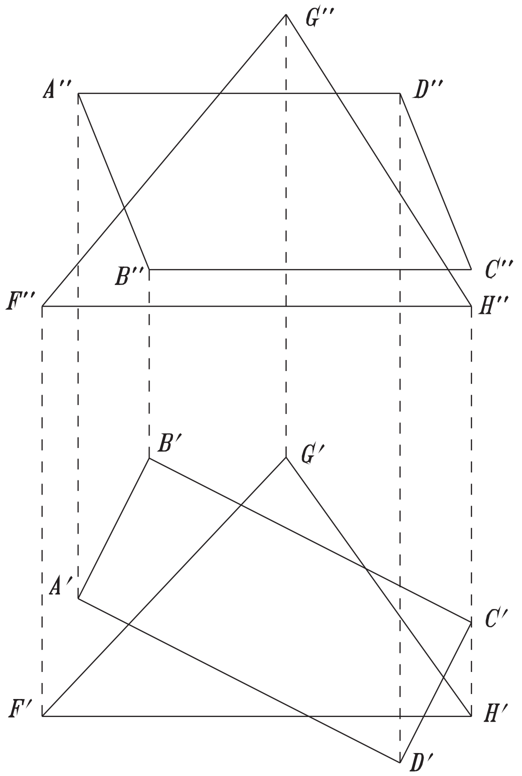
I.27. Szerkessze meg a három pontjával adott **S**(**ABC**) sík és az **a** egyenes döféspontját! A metszés után ábrázolja az **ABC** háromszöget és az **a** egyenest láthatóság szerint!



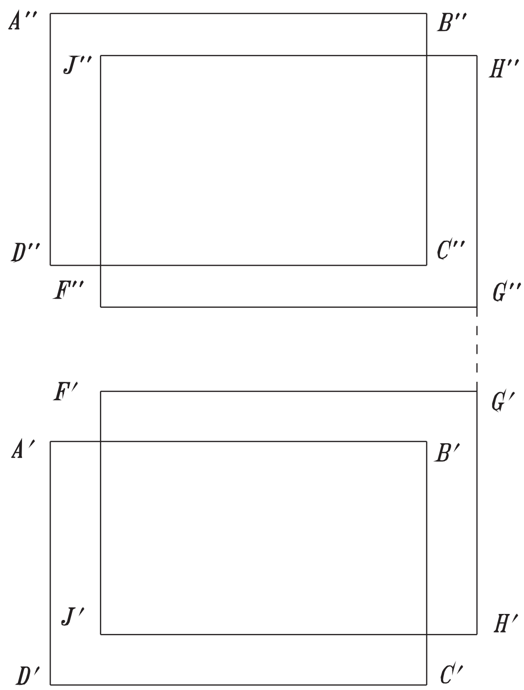
I.28. Szerkessze meg a nyomvonalakkal felvett síkoknak az adott egyenesekkel a döféspontjait, majd tüntesse fel a láthatóságot!



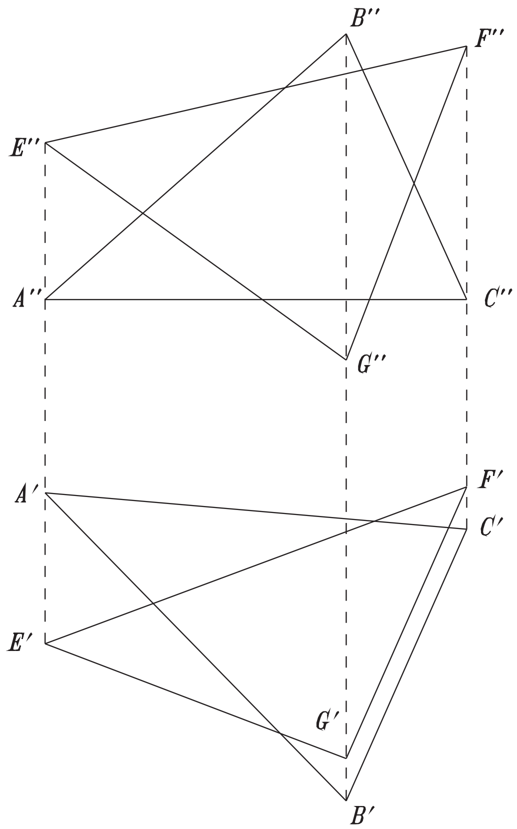
I.29.- I.32. Szerkessze meg az adott síkidomoknak a metszését, majd tüntesse fel a láthatóságot!



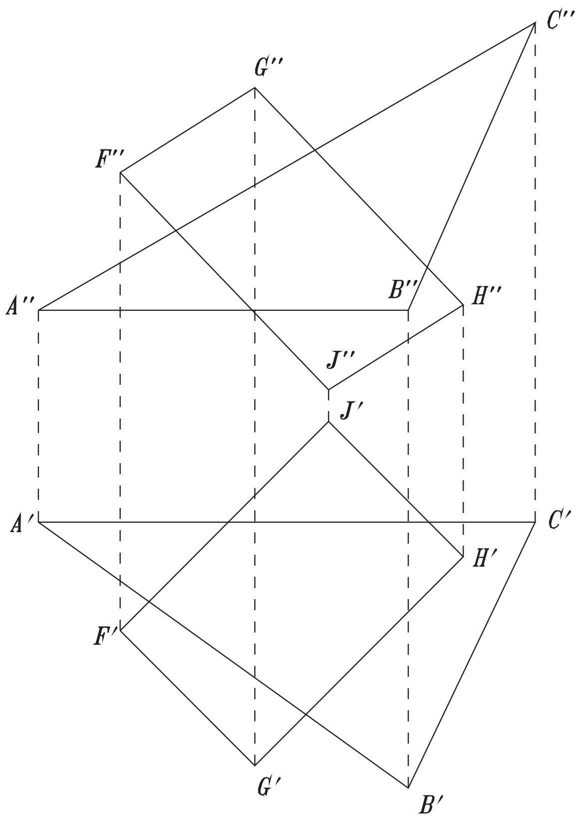
I.29.



I.30.

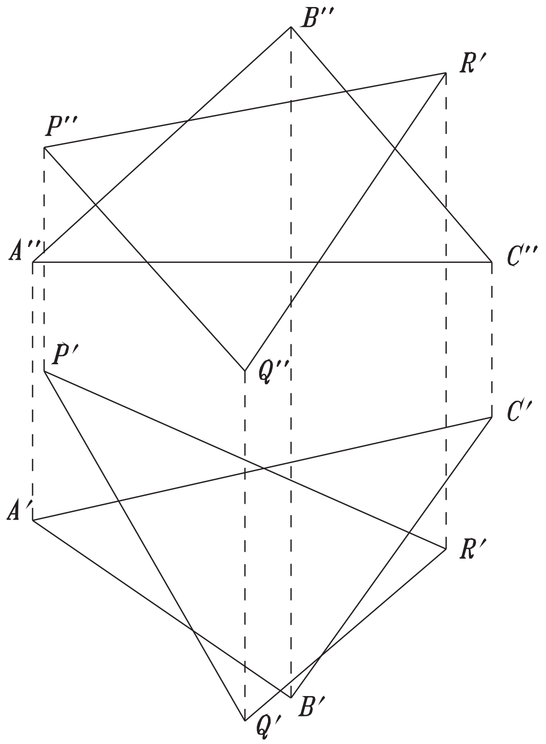


I.31.

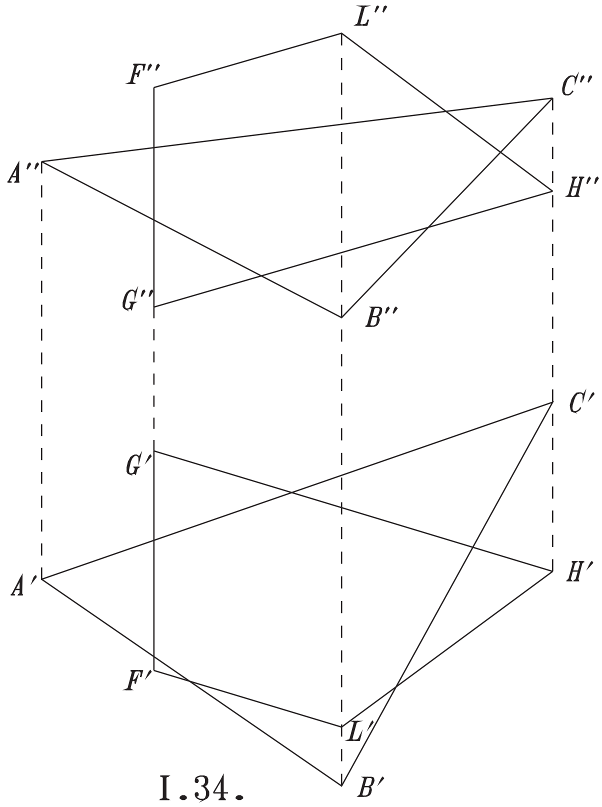


I.32.

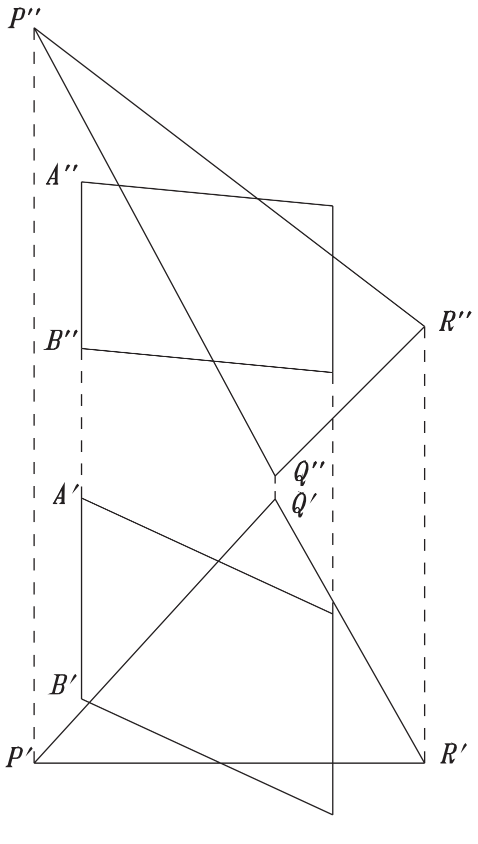
I.33.- I.36. Szerkessze meg az adott síkidomoknak a metszését, majd tüntesse fel a láthatóságot!



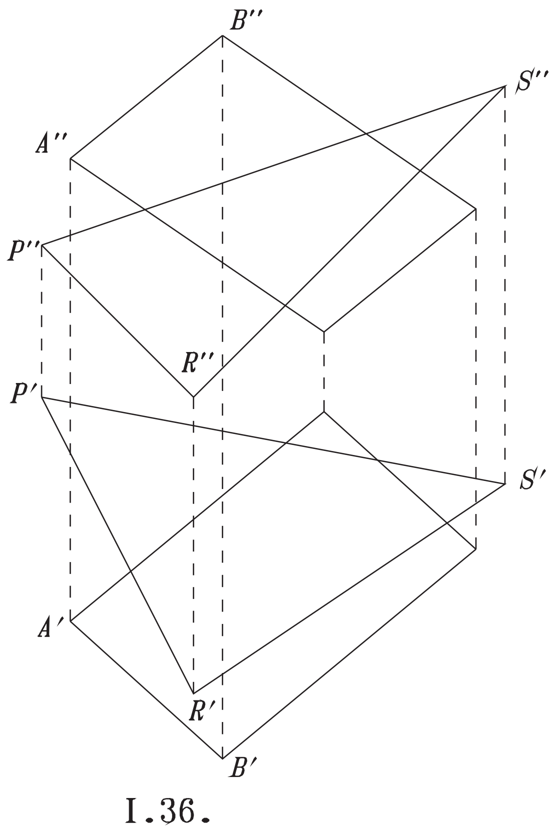
I.33.



I.34.

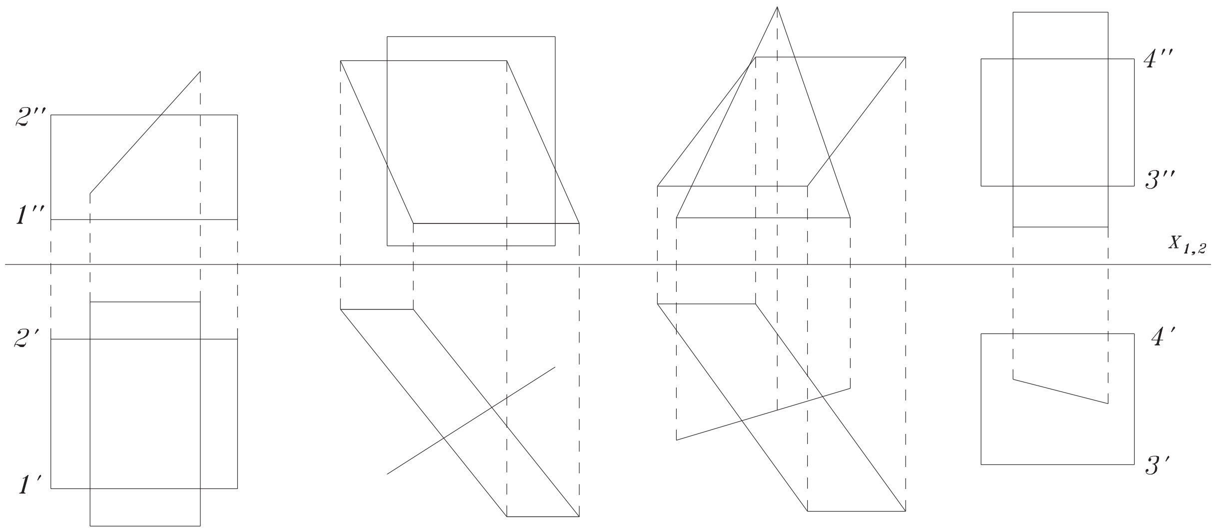


I.35.

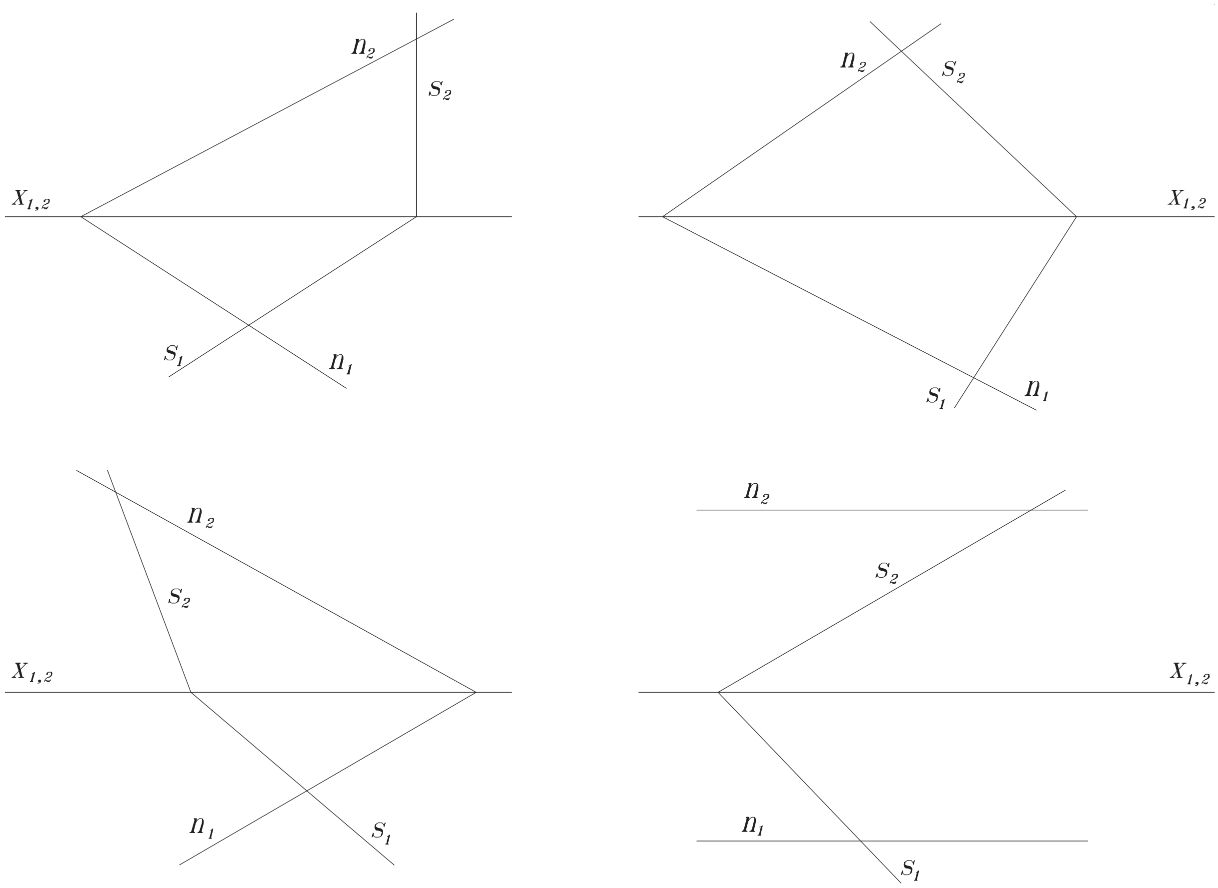


I.36.

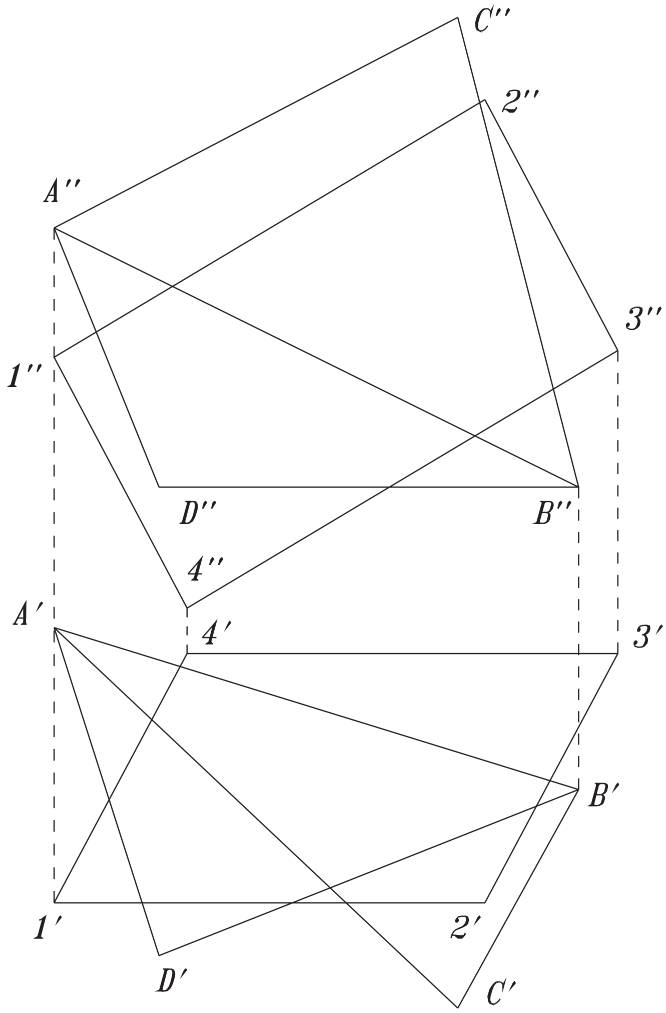
I.37. Szerkessze meg az adott különleges helyzetű síkidomoknak a metszését, majd tüntesse fel a láthatóságot!



I.38. Szerkessze meg a nyomvonalakkal felvett síkoknak a metszését, majd tüntesse fel a láthatóságot!



I.39. A mellékelt ábrán az **ABC** és **ABD** háromszögeket, valamint az **1234** paralelogrammát ábrázoltuk.
Szerkessze meg a metszésvonalaikat, majd ábrázolja a síkidomokat láthatóság szerint!



I.40 Ábrázolja $\underline{\mathbf{K}_1}$, $\underline{\mathbf{K}_2}$ képsíkrendszerben az alábbi táblázat szerinti feltételeket kielégítő D dőlt és F feszített síkidomot:

S.sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
D	a	b	c	a	b	c	a	e	d	d	g	f	f	f
F	e	d	d	g	f	f	f	a	b	c	a	b	c	a

a) fővonalakkal és profilegyenessel vagy
b) fővonalakkal és első esésvonallal vagy
c) fővonalakkal és második esésvonallal
határolt háromszög,
d) általános egyenesekkel és profilegyenesekkel vagy
e) két-két általános egyenessel vagy
f) első fővonalakkal és általános helyzetű egyenesekkel vagy
g) második fővonalakkal és általános helyzetű egyenesekkel
határolt paralelogramma.

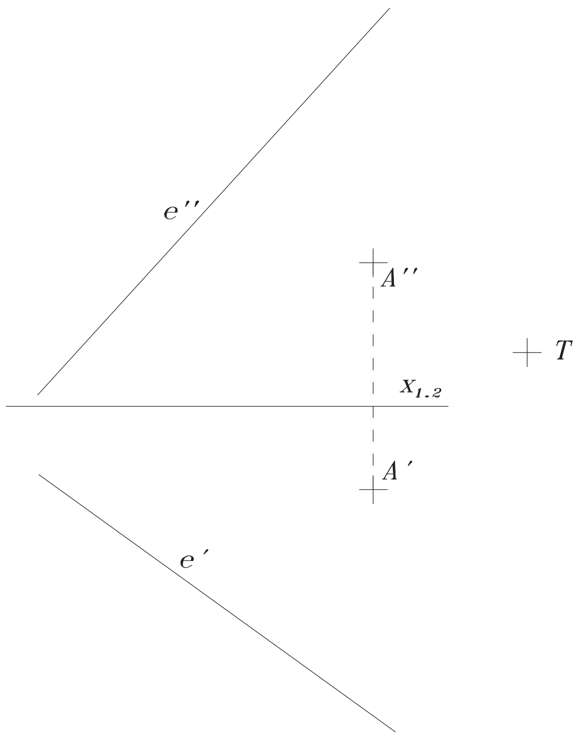
Szerkessze meg a két síkidom metszését és ábrázolja az alakzatokat láthatóság szerint!

I.41. Ábrázolja **$\underline{K_1}$**, **$\underline{K_2}$** képsíkrendszerben az alábbi táblázat szerinti feltételeket kielégítő D dőlt és F feszített síkidomot:

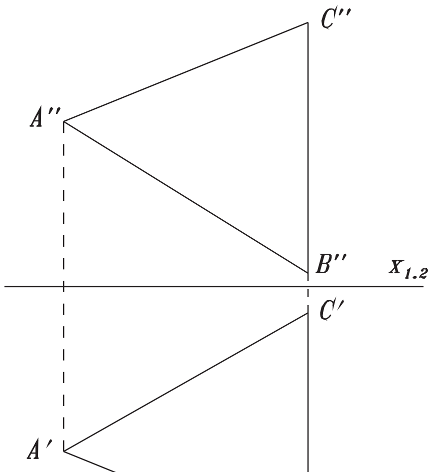
S.sz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
D	a	b	c	a	b	c	a	g	d	e	e	g	f	d
F	g	d	e	e	g	f	d	a	b	c	a	b	c	a

a) fővonalakkal és profilegyenessel vagy
b) fővonalakkal és első esésvonallal vagy
c) fővonalakkal és második esésvonallal
határolt háromszög,
d) első fővonalakkal és második esésvonalakkal vagy
e) második fővonalakkal és első esésvonalakkal vagy
f) első esésvonalakkal és profilegyenesekkel vagy
g) második esésvonalakkal és általános helyzetű egyenesekkel
határolt paralelogramma.
Szerkessze meg a két síkidom metszését és ábrázolja az alakzatokat láthatóság szerint!

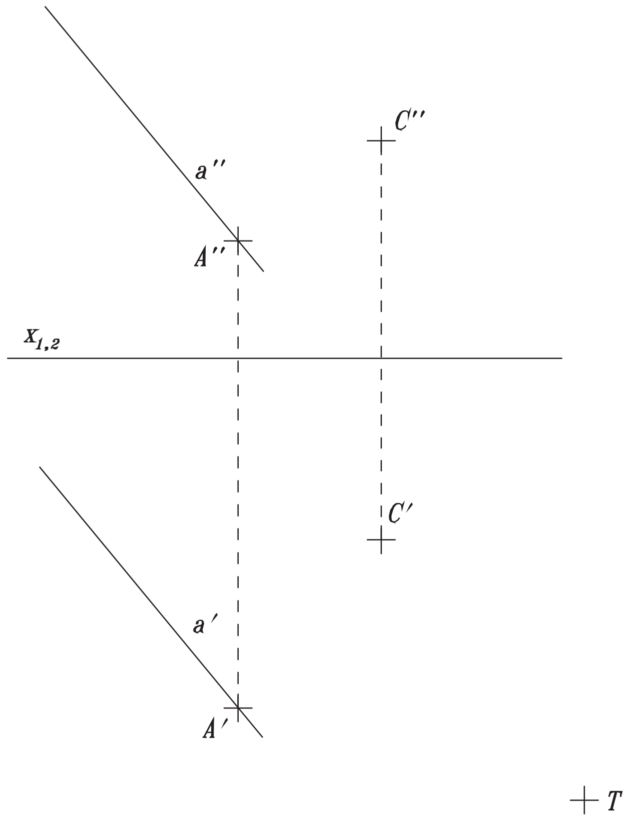
II.1. Adott az **e** egyenes és a rá nem illeszkedő **A** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetnek a képeit, amelynek egyik átlója az **e** egyenesre illeszkedik s az **e**-re nem illleszkedő egyik csúcsa az **A** pont. (A szerkesztést a második képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje. Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



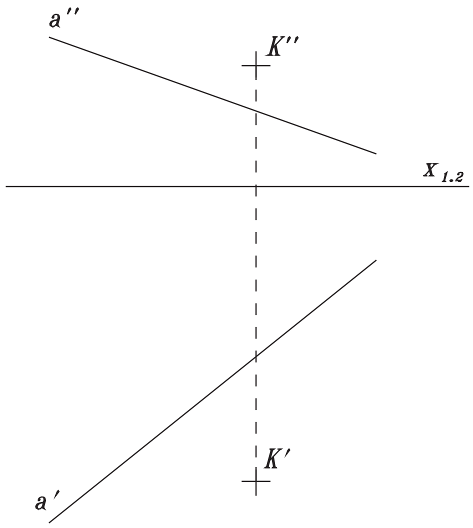
II.2. Képsíktranszformációval szerkessze meg az adott **ABC** háromszög valódi nagyságát, majd a magasságpontjának vetületeit! (A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje!)



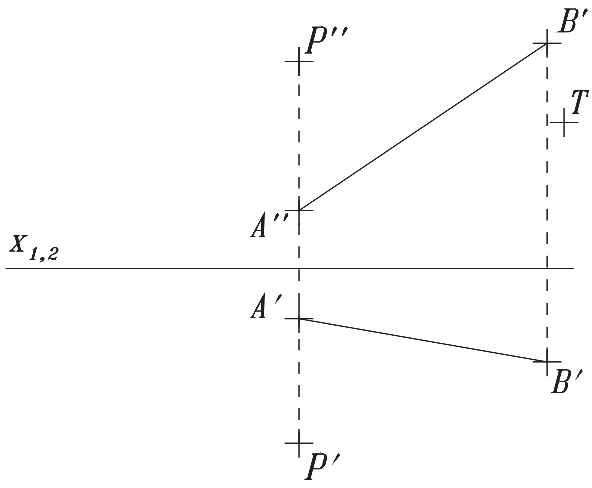
II.3. Adott az **a** egyenes, a ráilleszkedő **A** pont, valamint a **C** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a rombusznak a képeit, amelynek egyik átlója az **AC** szakasz s az egyik oldala az **a** egyenesre illeszkedik. (A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



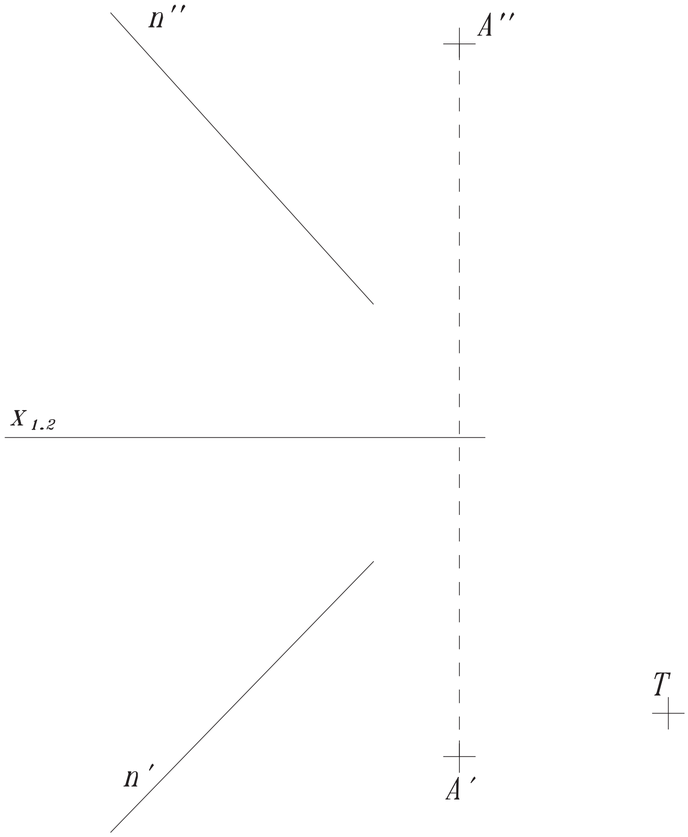
II.4. Adott az **a** egyenes és a rá nem illeszkedő **K** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a szabályos háromszögnek a vetületeit, amelynek középpontja a **K** pont és egyik oldala az **a** egyenesre illeszkedik! (A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje!)



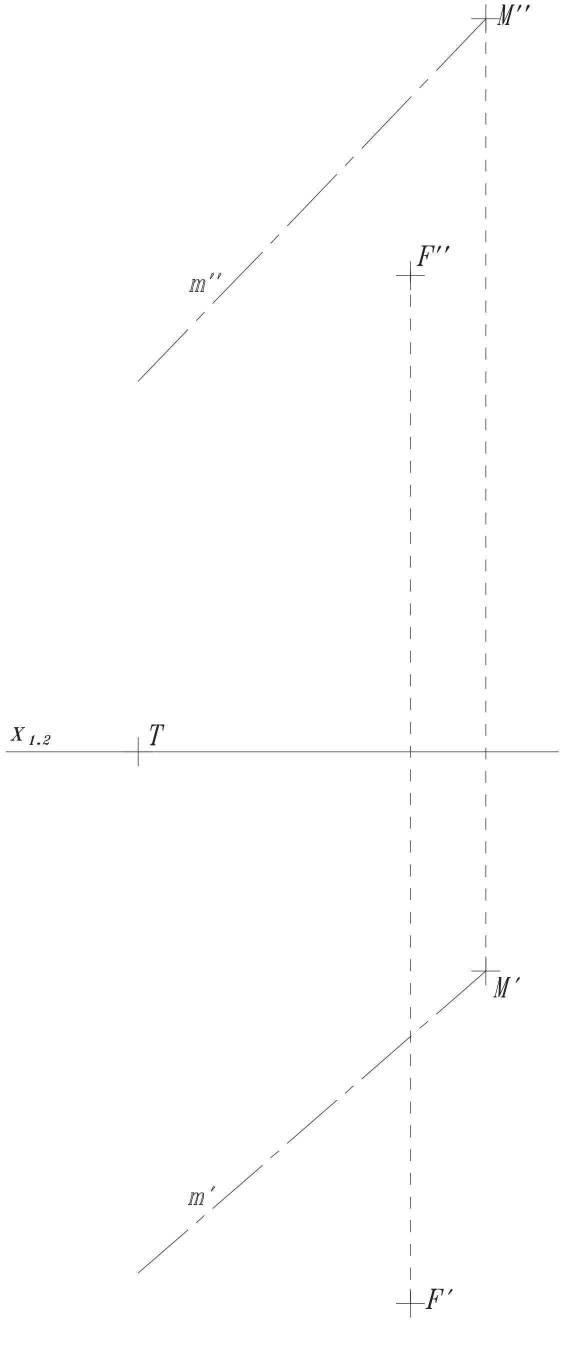
II.5. Képsíktranszformációk alkalmazásával szerkesszen az adott **S(ABP)** síkban szabályos ötszöget! Az ötszög egyik oldala az **AB** szakasz. A két megoldás közül azt válassza, amelynél a **P** pont az ötszög tartományának belső pontja.
A szerkesztést az **első képsíkhoz** kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.



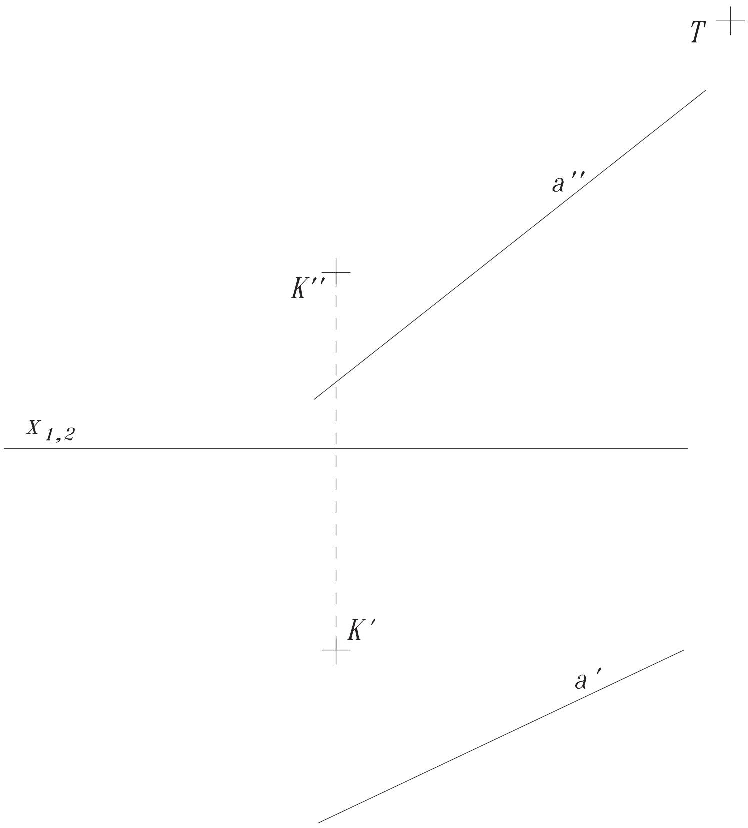
II.6. Adott az **n** egyenes, és rajta kívül egy **A** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetnek a vetületeit, amelynek egyik csúcsa az **A** pont, síkja merőleges az **n** egyenesre és középpontja illeszkedik az **n**-re. A négyzet síkja által határolt mindkét féltérben az **n** egyenesre mérjen fel a döféspontól 30-30mm hosszú szakaszt, majd ábrázolja láthatóság szerint a négyzetet és a lehatárolt szakaszt!
(A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje. Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



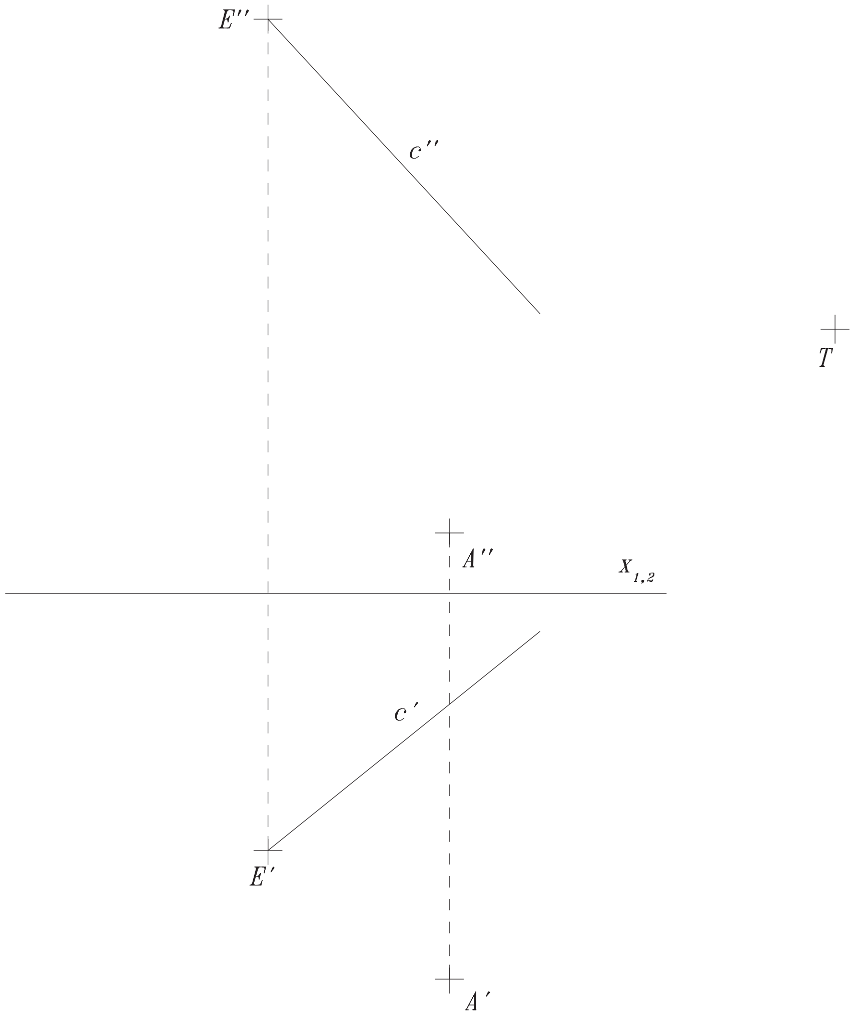
II.7. Adott az **m** egyenes, a ráilleszkedő **M** pont, valamint az **F** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetalapú egyenes gúlának a vetületeit, amelynek magasságvonala az **m** egyenes, rajta **M** a gúla csúcsa s az alapnégyzetének az egyik oldalfelezőpontja **F**. Ábrázolja a gúlatestet láthatóság szerint!
(A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



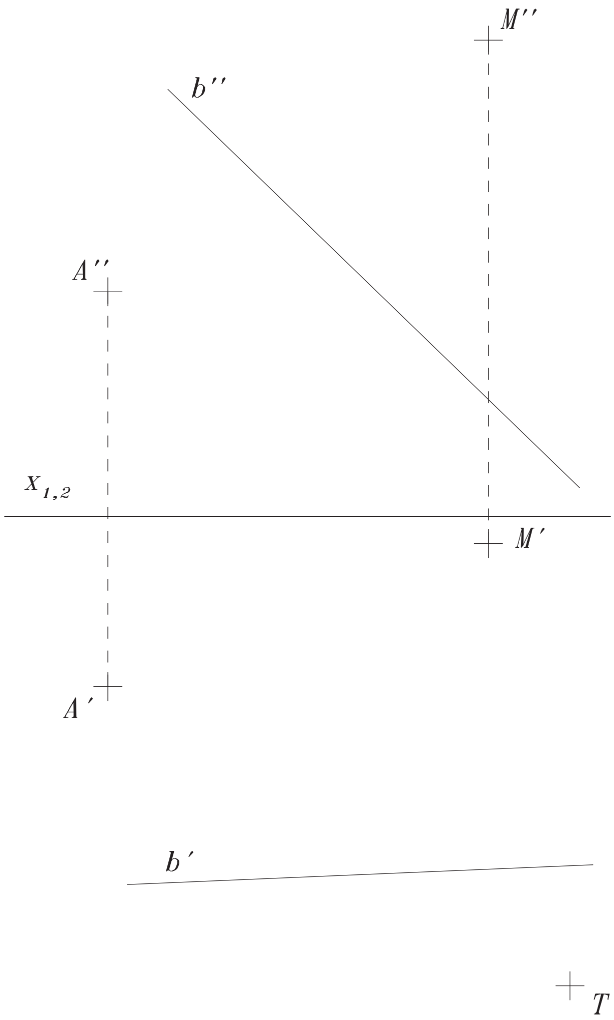
II.8. Adott az **a** egyenes és a **K** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a kockának a vetületeit, amely kocka egyik oldalnégyzetének egy éle illeszkedik az **a** egyenesre s ugyanennek a lapnak a középpontja a **K** pont. A két megoldás közül azt a kockát válassza, amelyiknek a megszerkesztett lappal párhuzamos lapja az ötödik képsíktól távolabb van! Ábrázolja a kockát láthatóság szerint!
(A szerkesztést a második képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje. Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



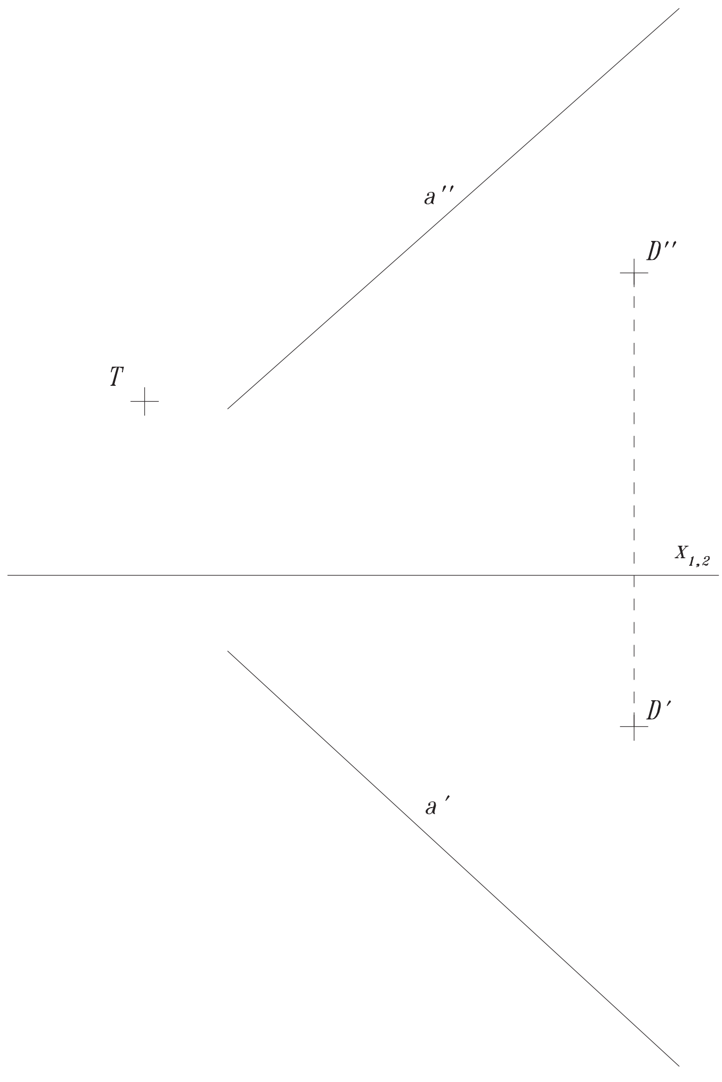
II.9. Adott az **A** pont, a **c** egyenes és a ráilleszkedő **E** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetalapú egyenes hasábnak a vetületeit, amely hasáb alapnégyzetének egyik csúcsa az **A** pont s az alapnégyzet **A**-ra illeszkedő átlójának **C**-vel jelölendő végpontja illeszkedik a **c** egyenesre. A fedőnégyzetének a **c** élre illeszkedő csúcsa az **E** pont. Ábrázolja a hasábtestet láthatóság szerint!
(A szerkesztést a második képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



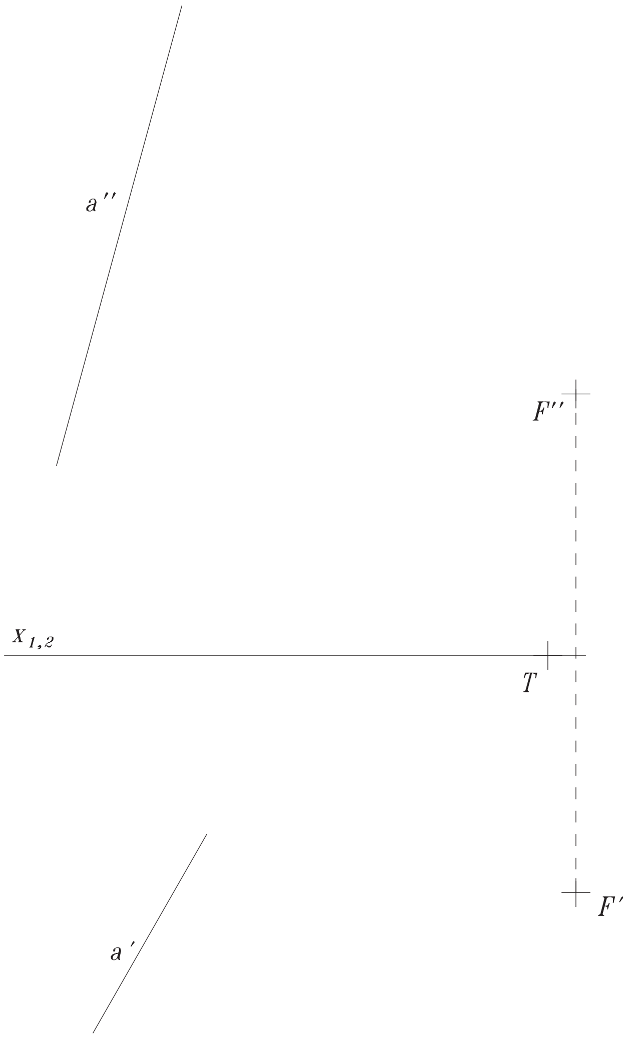
II.10. Adott a **b** egyenes, a rá nem illeszkedő **A** pont és az **M** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a szabályos háromszögalapú egyenes gúlának a vetületeit, amelynek csúcsa **M**, alapsíkja az **<u>S</u>(Ab)** sík, s az alapháromszögének **A** az egyik csúcspontja. Ábrázolja a gúlapalástot láthatóság szerint, ha az alapsíkot eltávolítjuk!
(A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



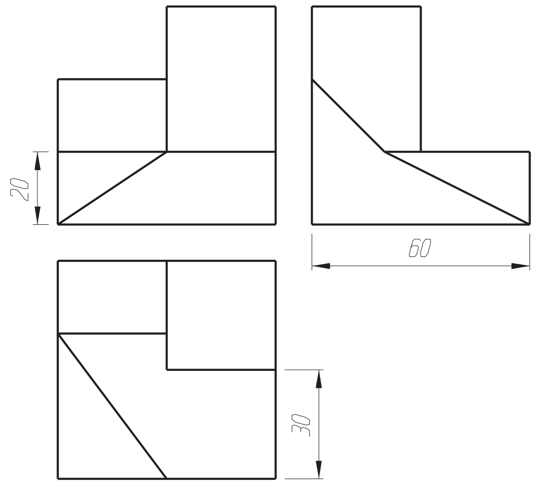
II.11. Adott az **a** egyenes és a rá nem illeszkedő **D** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetalapú egyenes gúlának a vetületeit, amely gúla alapnégyzetének egyik átlója az **a** egyenesre illeszkedik, **D** pedig az **a**-ra nem illeszkedő csúcsa. A gúla csúcsa benne van az első képsíkban. Ábrázolja a gúlatestet láthatóság szerint!
(A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



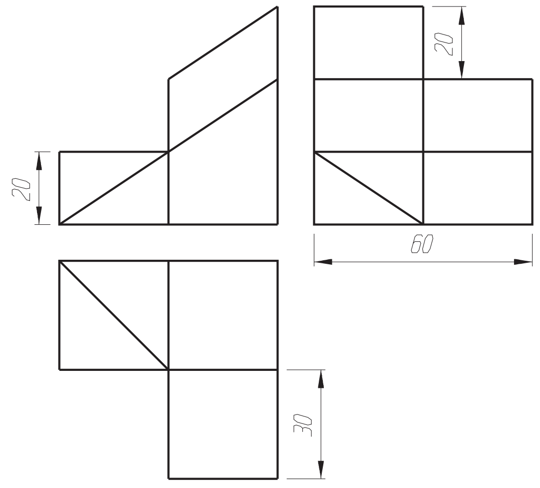
II.12. Adott az **a** egyenes és a rá nem illeszkedő **F** pont. Képsíktranszformációval szerkessze meg annak a négyzetalapú egyenes hasábnak a vetületeit, amely hasáb alapnégyzetének egyik oldala az **a** egyenesre illeszkedik és a fedőnégyzetén az **a**-val átellenes oldal felezéspontja **F**. A négyzet oldalhossza 35mm. Ábrázolja láthatóság szerint azt a hasábpalástrészt, amelyet az alap- és fedőnégyzet, valamint az **a**-n átmenő oldallap elhagyásával kapunk!
(A szerkesztést a második képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje, az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni. A lehetséges megoldások közül azt válassza, amelynél a hasáb oldalélei a negyedik képsíkkal kisebb szöget zárnak be!)



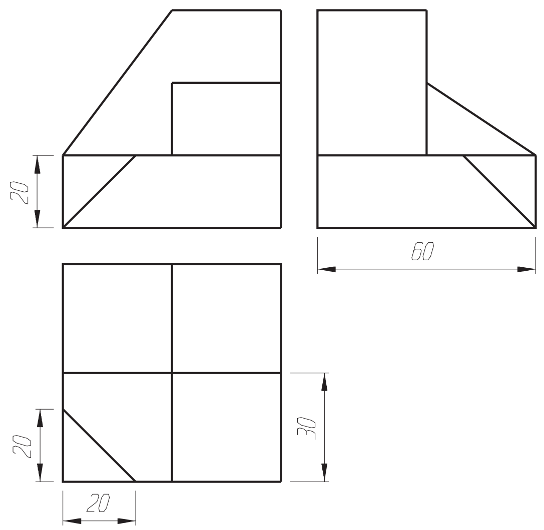
II.13. - II.18. Az alábbi, három rendezett képpel adott, kockából csonkolt alakzatokról két egymásután elvégzett képsíktranszformáció eredményeként készítsen szemléletes képet! (Ezt megelőzően készítsen axonometrikus szabadkézi vázlatot az alakzatokról.)



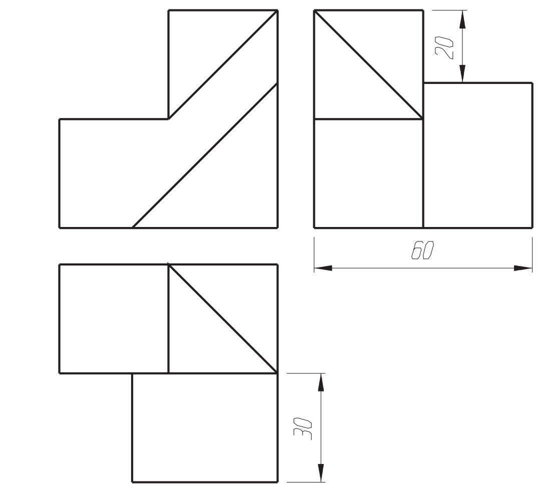
II.13.



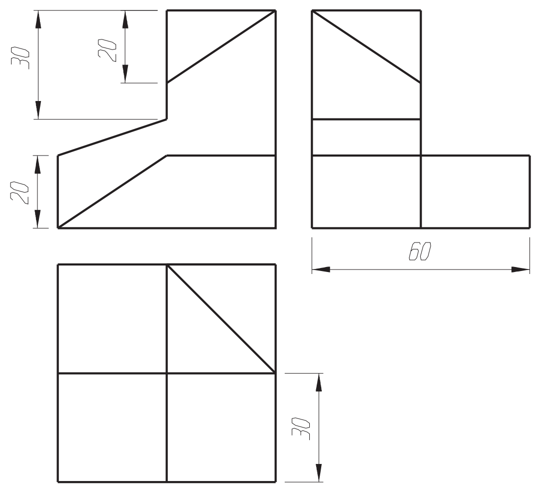
II.14.



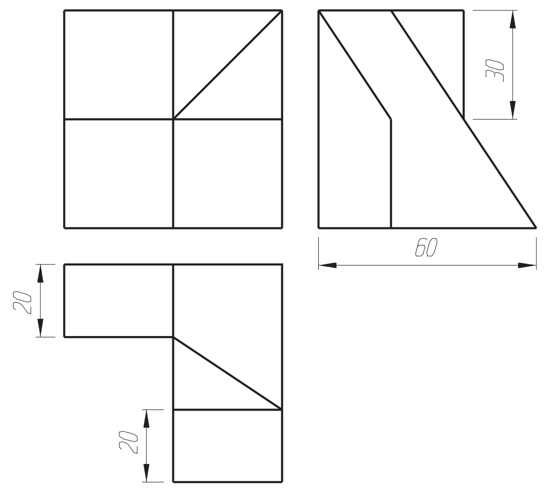
II.15.



II.16.

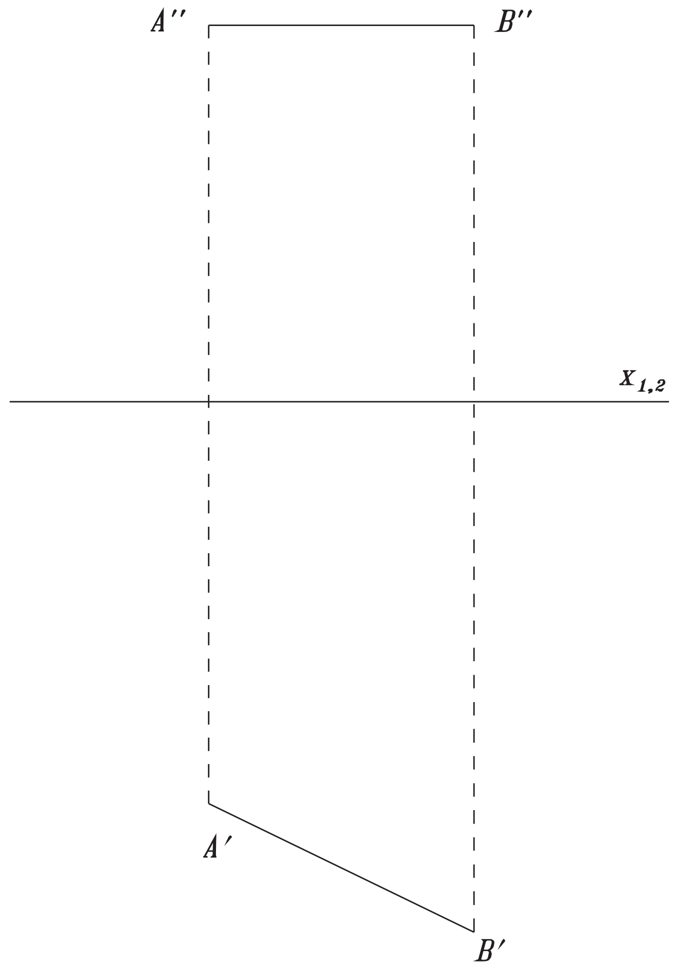


II.17.



II.18.

II.19. Adott az első képsíkkal párhuzamos **AB** szakasz. Ábrázolja azt a kockát, amelynek egyik éle az **AB** szakasz, a vele párhuzamos szemközti éle pedig illeszkedik az első képsíkra, azaz a kocka ezen az élén áll az első képsíkon. (A két megoldás közül azt válassza, amelyik a második képsíkhoz közelebb helyezkedik el!)



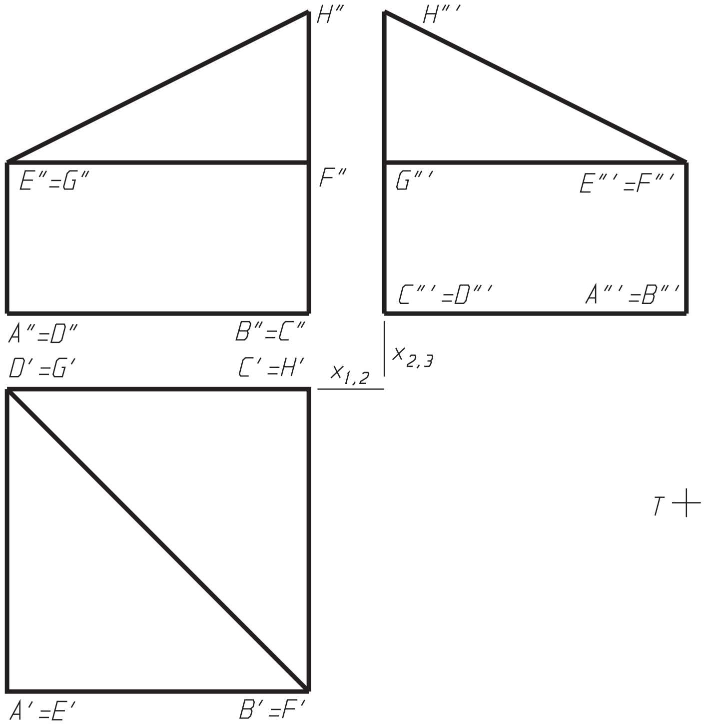
II.20. Adjon meg egy **A** pontot és egy rá nem illeszkedő általános helyzetű **b** egyenest! Szerkessze meg az alábbi táblázat szerinti feltételeket kielégítő szabályos három illetve négyoldalú H hasábtest, G gúlatest vetületeit, ha

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
3Ha	4Gb	3Hc	3Gd	3He	4Hf	3Hb	4Ga	3Hd	4Gc	3Hf	4Ge	4Hc	4Gd

a) **A** az alaplap középpontja, **b** az alaplap egyik oldalának egyenese,
b) **A** az alaplap egyik csúcspontja, **b** az alaplap egyik oldalának egyenese,
c) **A** az alaplap egyik csúcspontja, **b** az alaplap egyik szimmetriatengelye,
d) **A** az alaplap egyik csúcspontja, **b** a test magasságvonala,
e) **A** az alaplap egyik egyik oldalának felezési pontja, **b** a test magasságvonala,
f) **A** a test egyik oldalélének felezési pontja, **b** a test magasságvonala!

A hasáb illetve a gúla magassága legyen az alapél hosszának másfélszerese (vagy legyen tetszőleges hosszúságú). Ábrázolja a gúlát vagy hasábot láthatóság szerint!

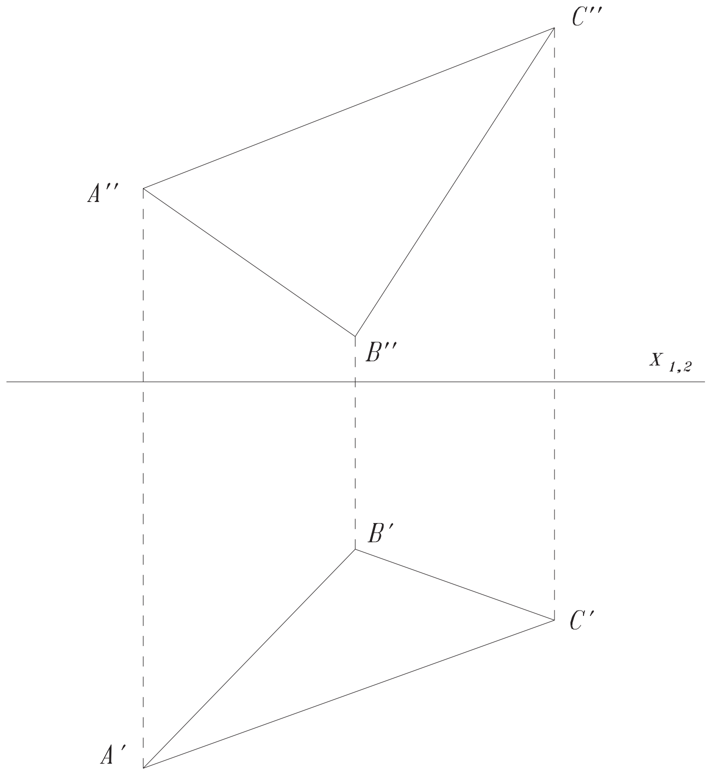
II.21. Három nézetével adott, kockából csonkolt alakzatról transzformációkkal szerkesszen olyan új vetületet, ahol az alakzat **FGH** általános helyzetű háromszöglapja valódi nagyságban látszik! Az új vetületeken tüntesse fel a láthatóságot is!
A szerkesztést a **harmadik képsíkhoz** kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! A jó helykihasználás miatt az új képtengelyeket a rajz síkjában adott **T** ponton keresztül célszerű felvenni!



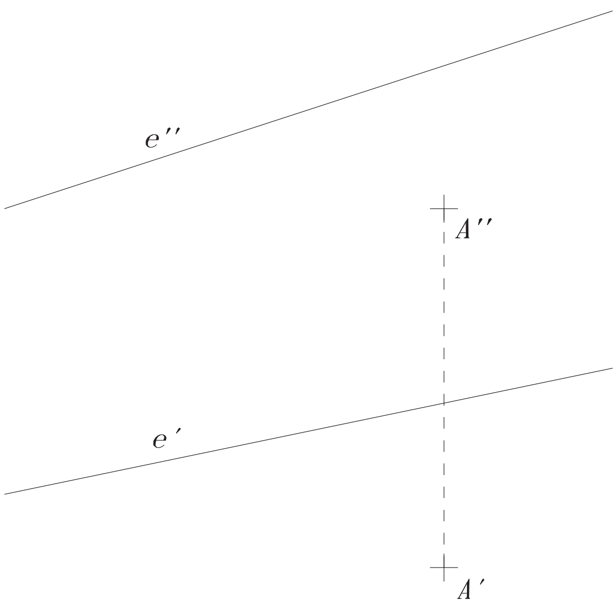
II.22. Rendezett nézeteken vegyen fel egy általános helyzetű dőlt vagy feszített síkot

1) három pontjával, vagy
2) egy ponttal és egy rá nem illeszkedő egyenessel, vagy
3) két metsző egyenesével, vagy
4) két párhuzamos egyenesével, vagy
5) első esésvonalával, vagy
6) második esésvonalával, vagy
7) első és második nyomvonalával!

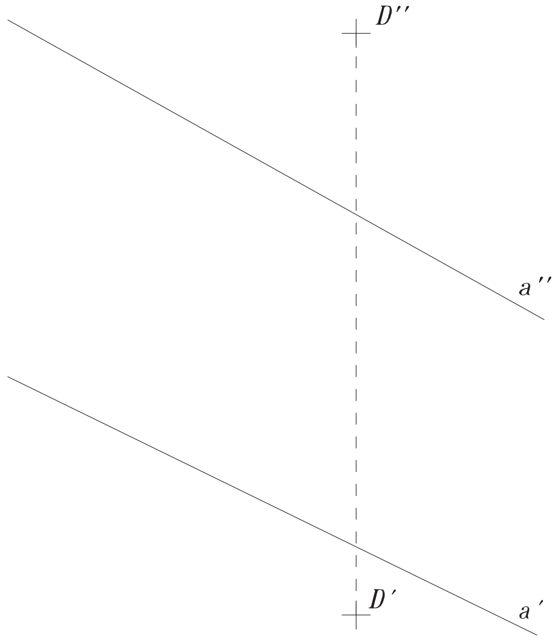
Az adott síkot transzformálja vetítősíkká $\underline{\mathbf{K}}_1\underline{\mathbf{K}}_4$, majd $\underline{\mathbf{K}}_2\underline{\mathbf{K}}_4$ képsíkrendszerben!



III.1. Szerkessze meg az **ABC** háromszög valódi nagyságát első fővonal körüli forgatással, majd ábrázolja a háromszög köré írható kör **O** középpontjának vetületeit!

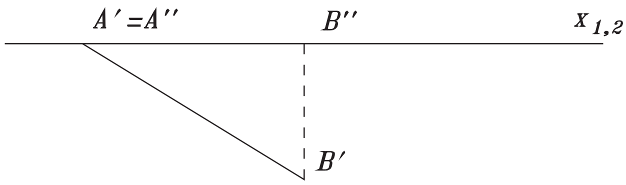


III.2. Adott egy **e** egyenes és egy rá nem illeszkedő **A** pont.
Szerkessze meg annak a rombusznak a vetületeit forgatással, amely rombusz rövidebb átlójának egyik végpontja **A**, a hosszabb átló illeszkedik az **e** egyenesre és a rövidebbnek a másfélszerese.

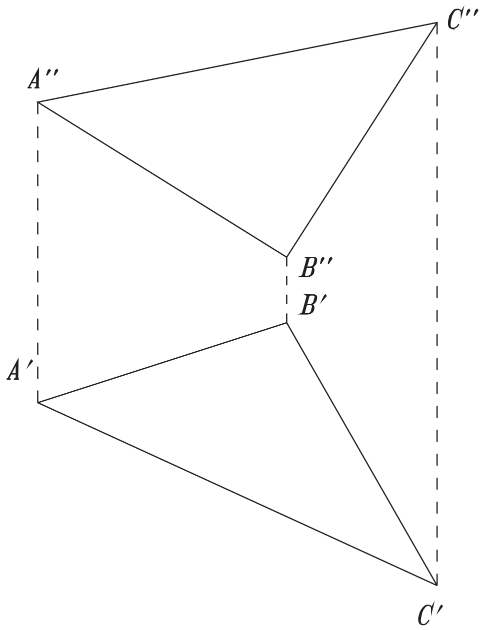


III.3. Adott az **a** egyenes és a rá nem illeszkedő **D** pont.
Szerkessze meg forgatással annak a négyzetnek a vetületeit, amelynek egyik átlója illeszkedik az **a** egyenesre és **D** az előbbi átlóra nem illeszkedő egyik csúcsa!

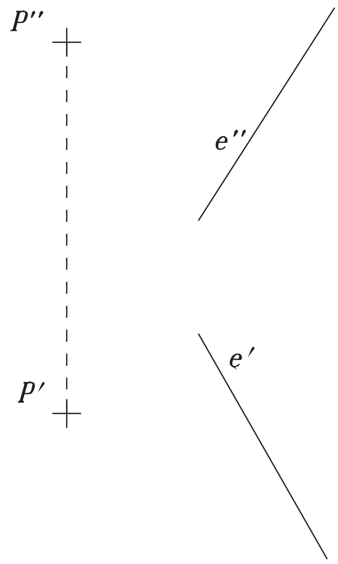
III.4. Adott az első képsíkban fekvő **AB** szakasz.
Szerkessze meg annak az **ABCDEF** szabályos hatszögnek az első- és második képét, amelynek egyik oldala **AB**, s az **AB**-vel szomszédos **AF** oldala illeszkedik a második képsíkra!



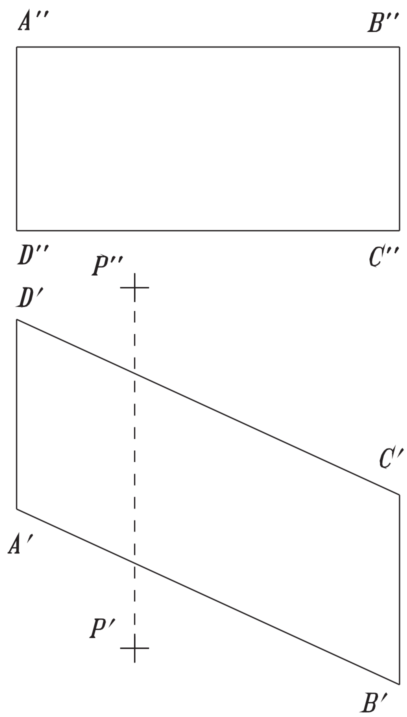
IV.1. Szerkessze meg az adott háromszög síkjának a háromszög súlypontján átmenő **n** normálisát!



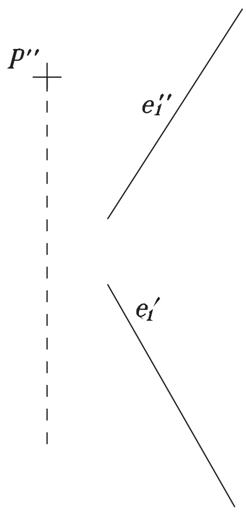
IV.2. Adott az **S**(**eP**) sík. Szerkessze meg az **S** sík **P** pontra illeszkedő normálisát!



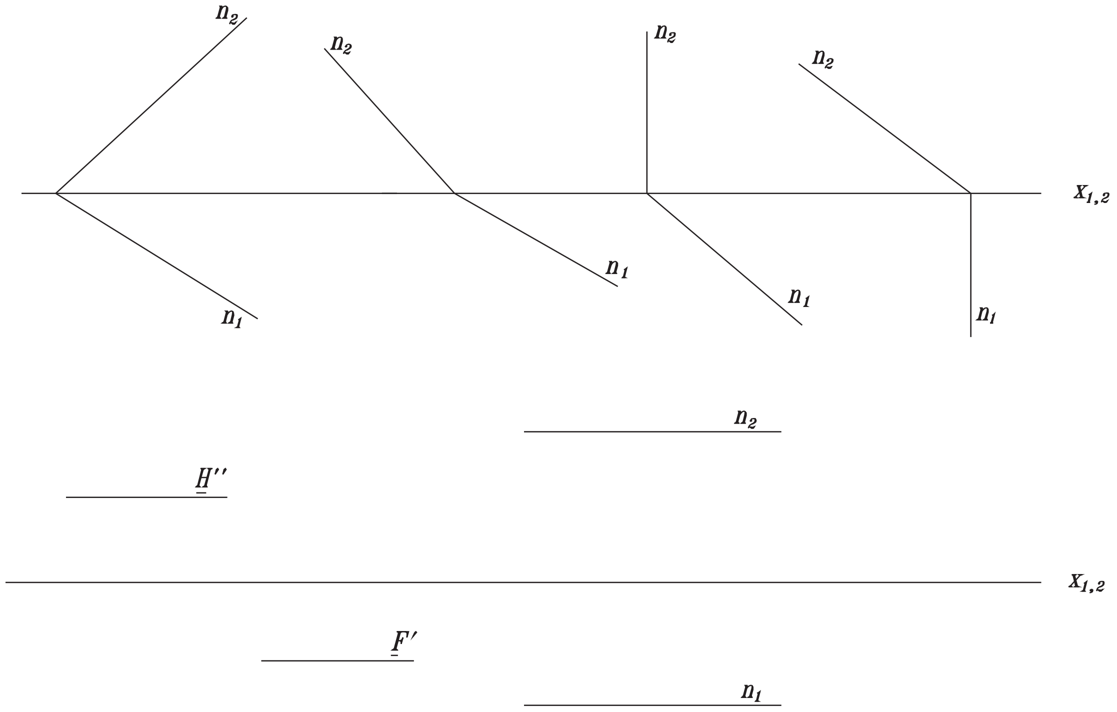
IV.3. Ábrázolja az adott paralelogramma **P** pontra illeszkedő **n** normálisát!



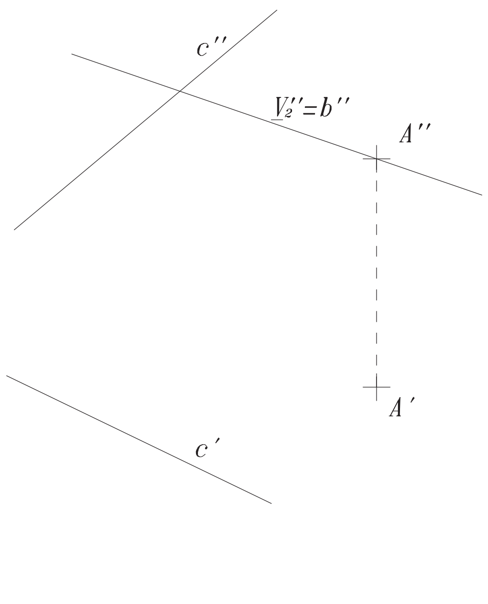
IV.4. Adott az **S** sík $\mathbf{e_1}$ első esésvonala, valamint a síkra illeszkedő **P** pontnak csak a második képe. Szerkessze meg a **P** első képét, majd a sík **P** pontra illeszkedő **m** normálisát!



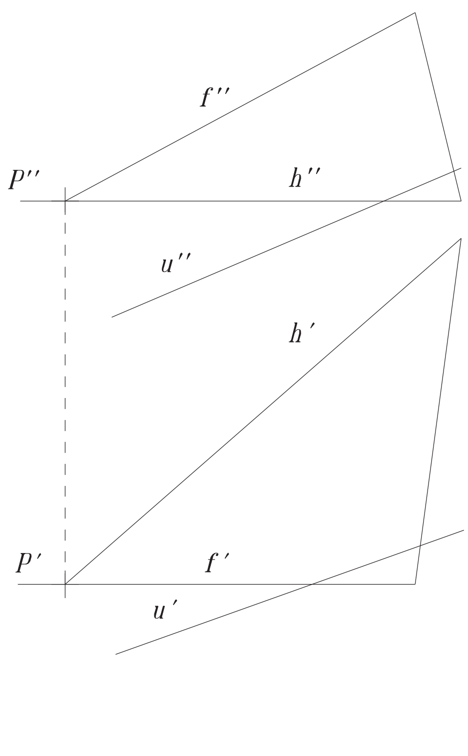
IV.5. Szerkessze meg a nyomvonalakkal adott síkok egy-egy normálisát!



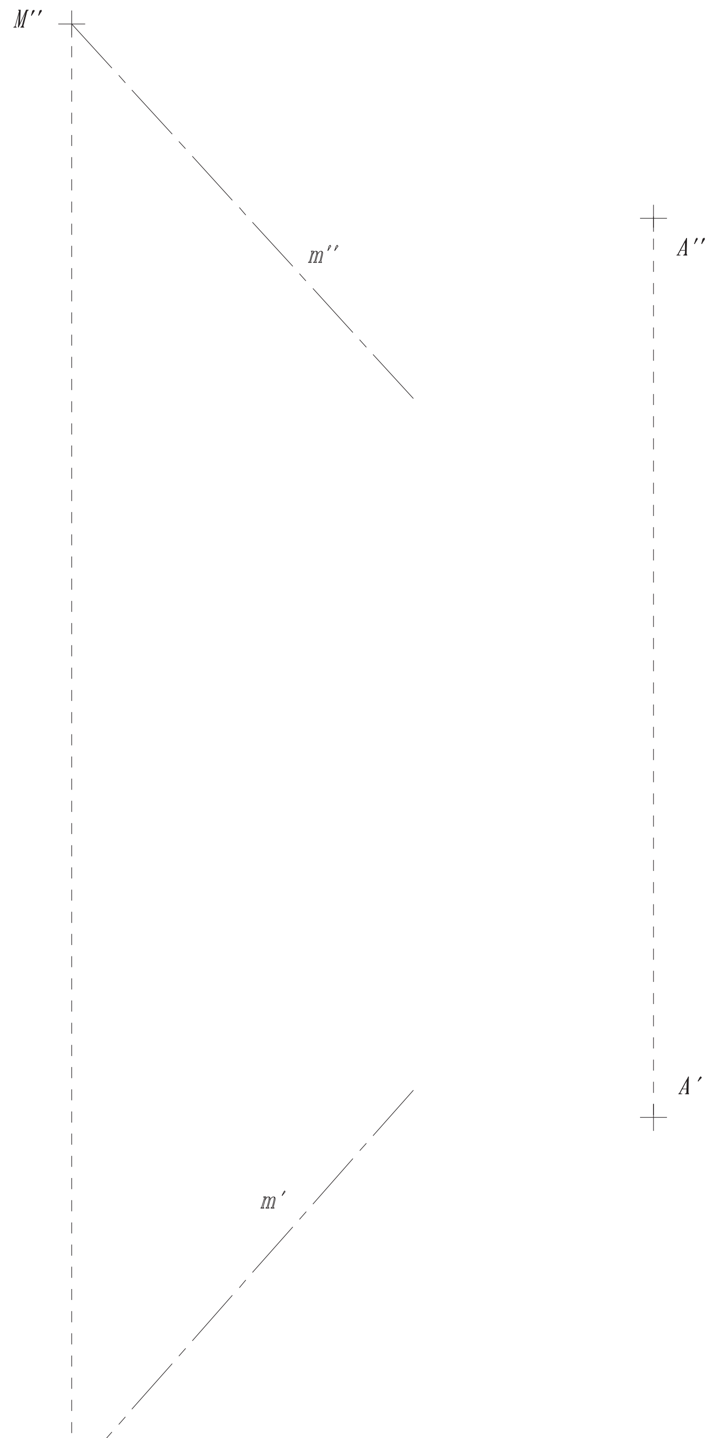
IV.6. Szerkessze meg a **V₂** második vetítősíknak azt a **b** egyenesét, amely illeszkedik az **A** pontra és merőleges a **c** egyenesre! (Szerkessze meg a **b** egyenes hiányzó **b'** első képét úgy, hogy **b** merőleges legyen **c**-re és illeszkedjen az **A** pontra!)



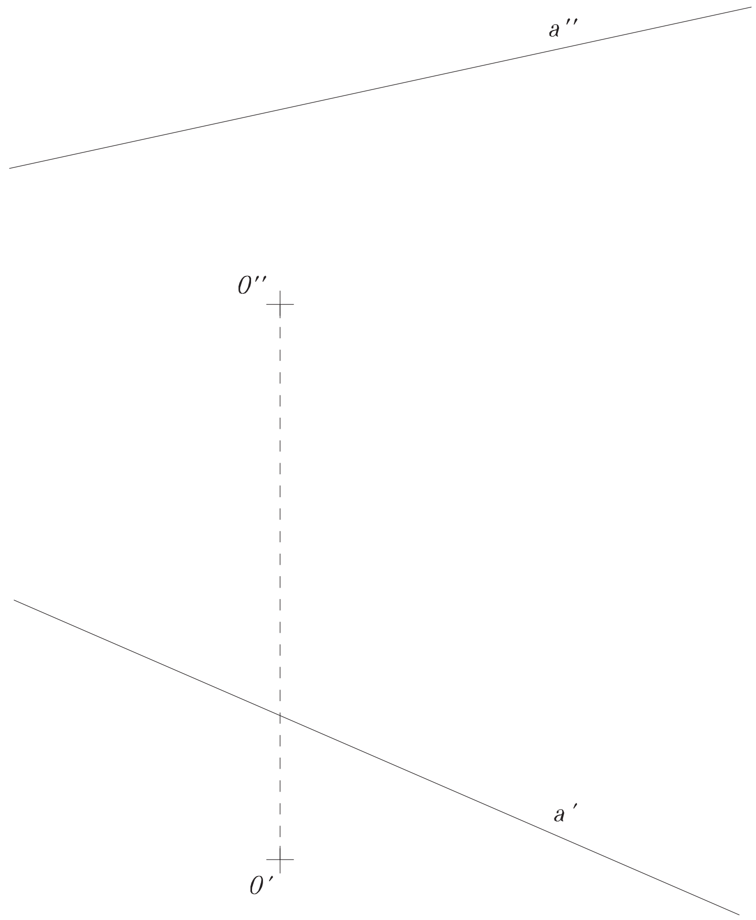
IV.7. Adott az **A**(**hf**) sík és az **u** egyenes. Illesszen az **u**-ra olyan síkot, amely az **A**-ra merőleges! (Jelölje **n**-el a merőleges síkot meghatározó másik egyenest!)



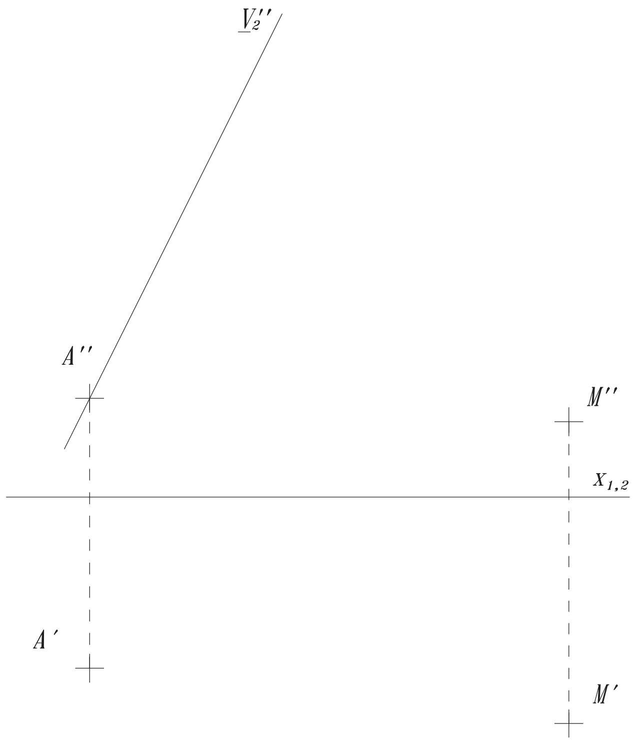
IV.8. Adott az **m** egyenes, a ráilleszkedő **M** pont, valamint az **m**-re nem illeszkedő **A** pont. Szerkessze meg azt a szabályos ötszöget (háromszöget vagy négyzetet), amelynek egyik csúcsa az **A** pont, síkja merőleges az **m** egyenesre és középpontja az **m** egyenesen van! Majd ábrázolja azt a szabályos ötoldalú (háromoldalú vagy négyoldalú) gúlát vagy hasábot, amelynek alapja az előbbi ötszög (háromszög vagy négyzet) magasságvonala az **m** egyenes és csúcspontja (fedőlapjának középpontja) az **M** pont.



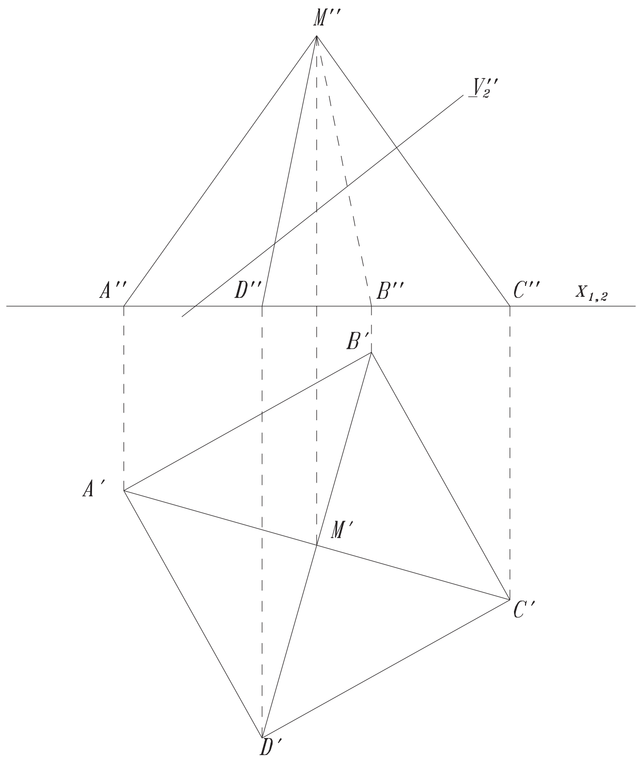
IV.9. Adott az **a** egyenes és a rá nem illeszkedő **O** pont. Szerkessze meg annak a szabályos hatoldalú hasábnak a vetületeit, amely hasáb alaphatszögének **O** a középpontja és az egyik oldala illeszkedik az **a** egyenesre. A hasáb magassága egyenlő az alaphatszög oldalhosszával, s a fedőlap az alaplap előtt van. Ábrázolja láthatóság szerint a hasábot!



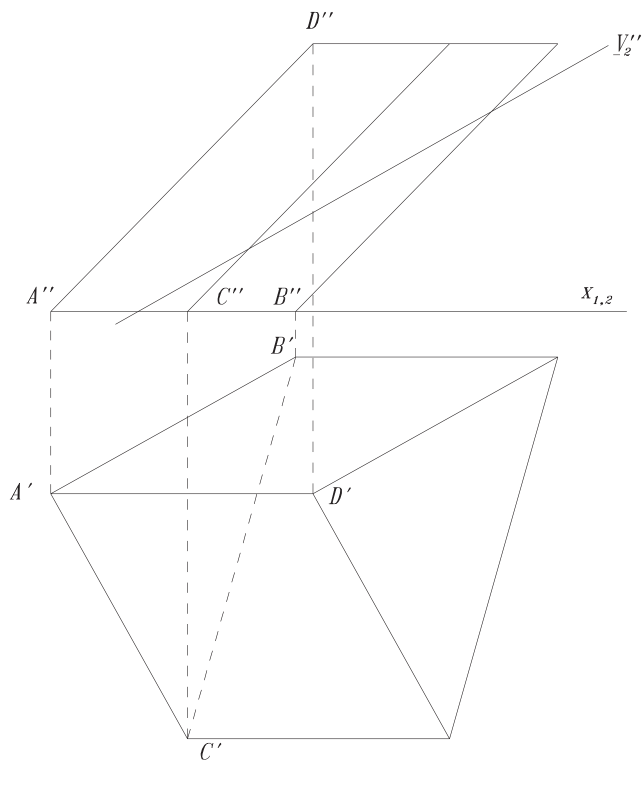
IV.10. Adott a **V₂** második vetítősík, a ráilleszkedő **A** és a rajta kívül lévő **M** pont. Szerkessze meg annak a négyzetalapú egyenes gúlának a vetületeit, amelynek alapsíkja **V₂**, benne **A** az alap egyik csúcsa, valamint **M** a gúla csúcspontja! Ábrázolja láthatóság szerint a gúlatestet!



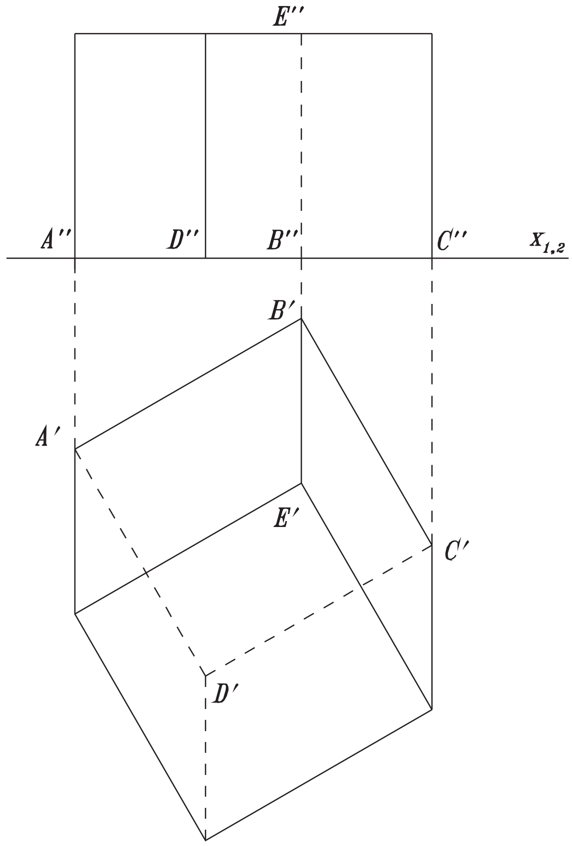
V.1. Szerkessze meg az első képsíkon álló négyzet alapú egyenes gúlának és a **$\underline{V}_2$** második vetítősíknak a metszését, majd a metszet valódi nagyságát! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti gúlapalástrészt láthatóság szerint!



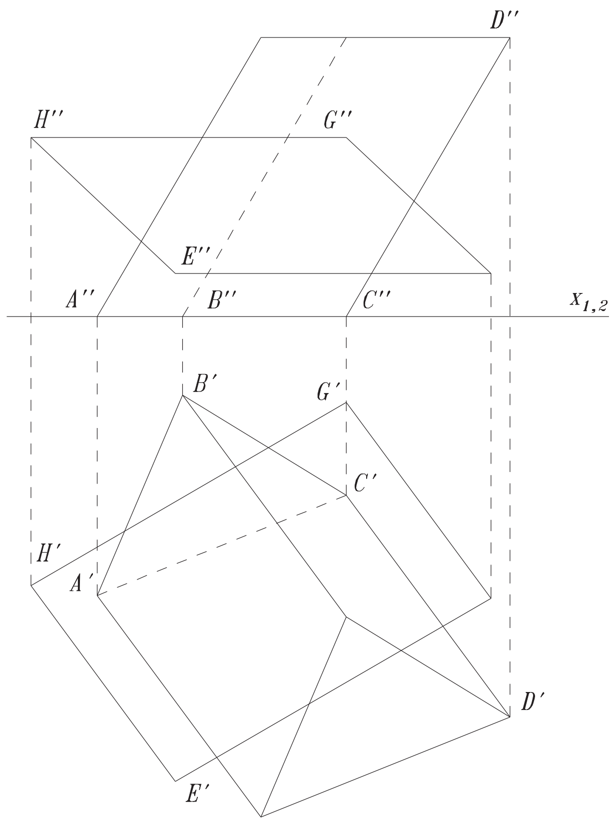
V.2. Szerkessze meg az adott háromszög alapú ferde hasábnak és a **$\underline{V}_2$** második vetítősíknak a metszését, majd a metszet valódi nagyságát! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti hasábtestrészt láthatóság szerint!

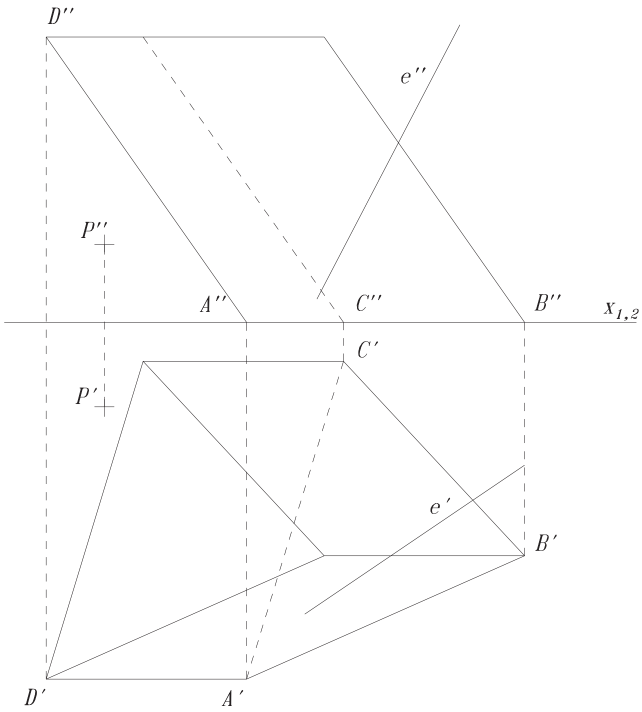


V.3. Adott az **ABCD** négyzetalapú ferde hasáb, amelynek oldalélei profilegyenesek. Legyen **F** a **CD** alapél felezéspontja, **G** a **BE** oldalél **E**-hez közelebbi harmadolópontja. Messe a hasábot az **FG** pontokra illeszkedő harmadik vetítősíkkal! Ábrázolja a metszősík alatti hasábpalástrészt láthatóság szerint!
(A szerkesztést végezze el újabb nézet alkalmazásával, majd az alap és a metszet között fennálló affin kapcsolat segítségével is!)

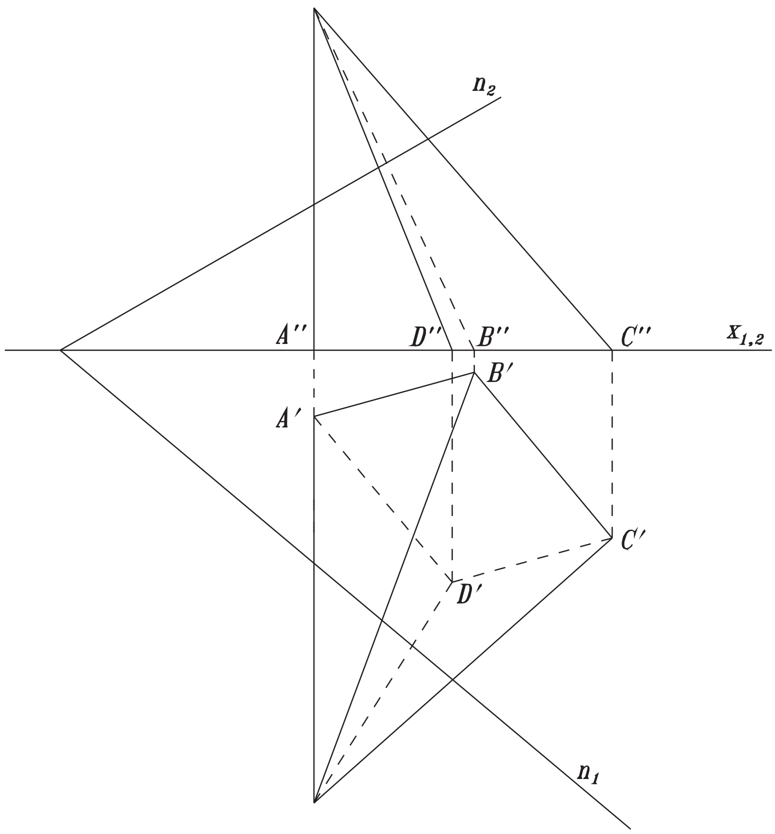


V.4. Szerkessze meg az **ABC** alapú ferde hasábnak az **EFGH** paralelogrammával a metszetét! Ábrázolja láthatóság szerint a hasábot és a paralelogrammát!



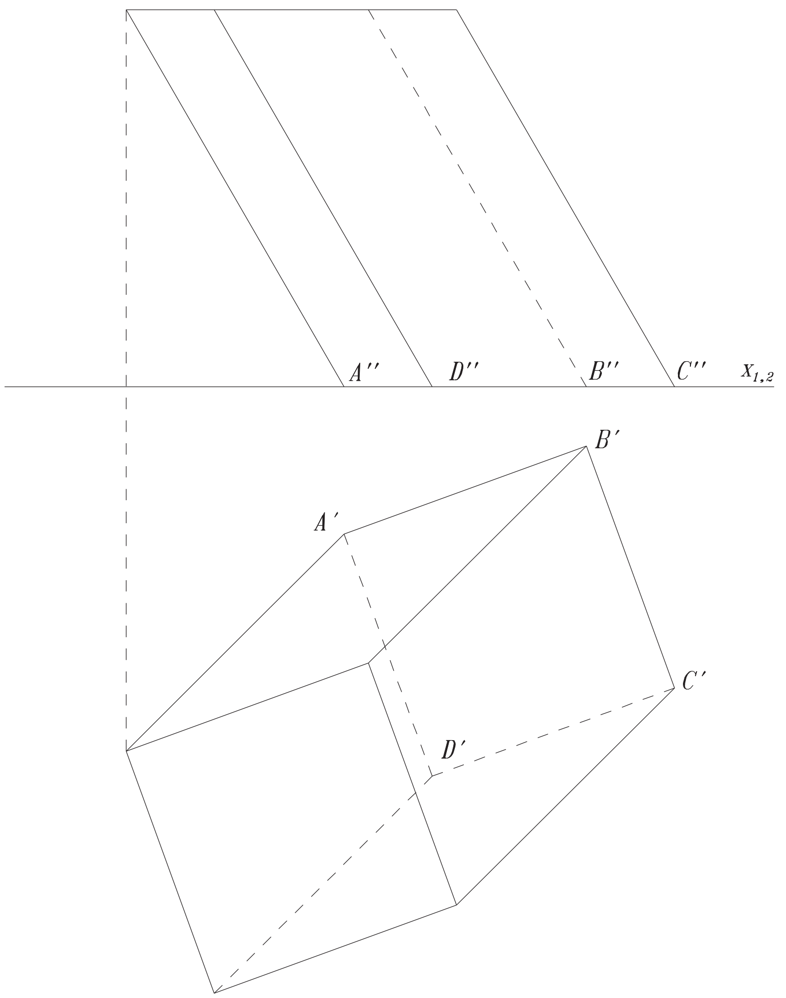


V.5. Messe az **ABC** háromszög alapú ferde hasábot az **S(eP)** síkkal!
Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík között lévő hasábtestrészt, ha a metszősík fölötti részt eltávolítjuk!

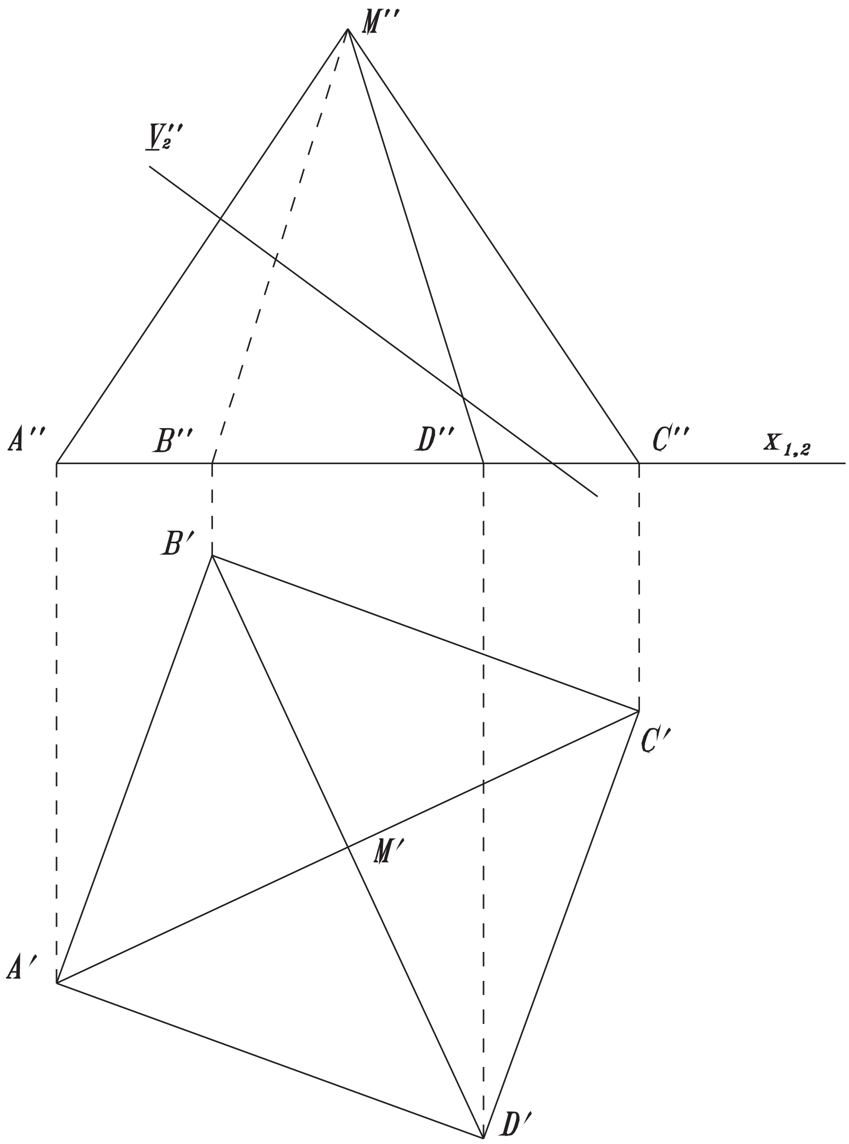


V.6. Szerkessze meg az első képsíkon álló paralelogramma alapú ferde gúlának és az **S(n₁n₂)** nyomvonalakkal adott síknak a metszetét!
Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti gúlatestrészt láthatóság szerint!

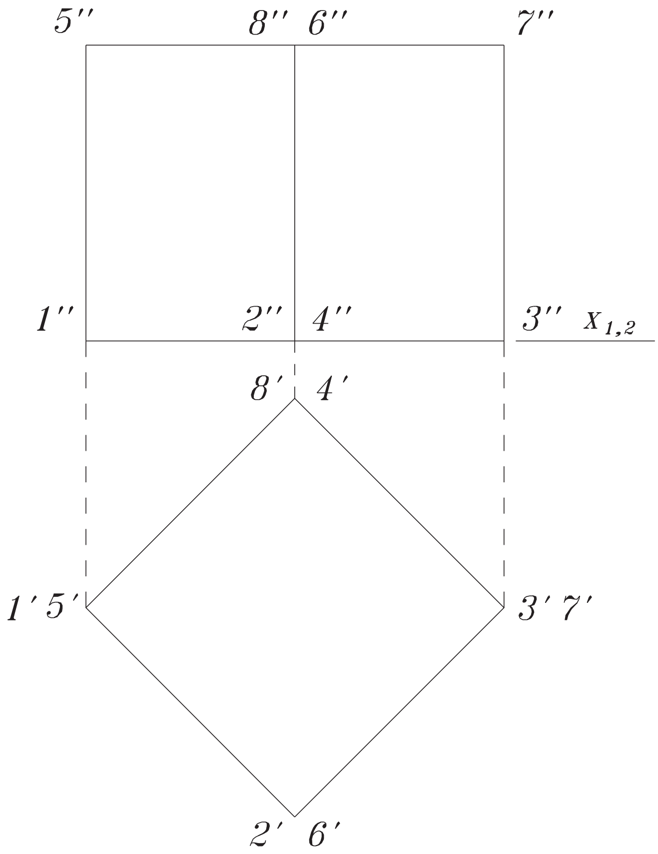
V.7. Adott az első képsíkon álló, **ABCD** négyzetalapú ferde hasáb. Messe el a hasábot a **C** csúcson átmenő oldalélének felezéspontjára illeszkedő, az élre merőleges síkkal képsík transzformáció (és affinitás) alkalmazásával! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti hasábtestrészt láthatóság szerint! Szerkessze meg a metszet valódi nagyságát, majd ezt felhasználva terítse síkba az ábrázolt hasábpalástrészt! (A kiterített palástot felhasználva készítse el az alakzat modelljét!)



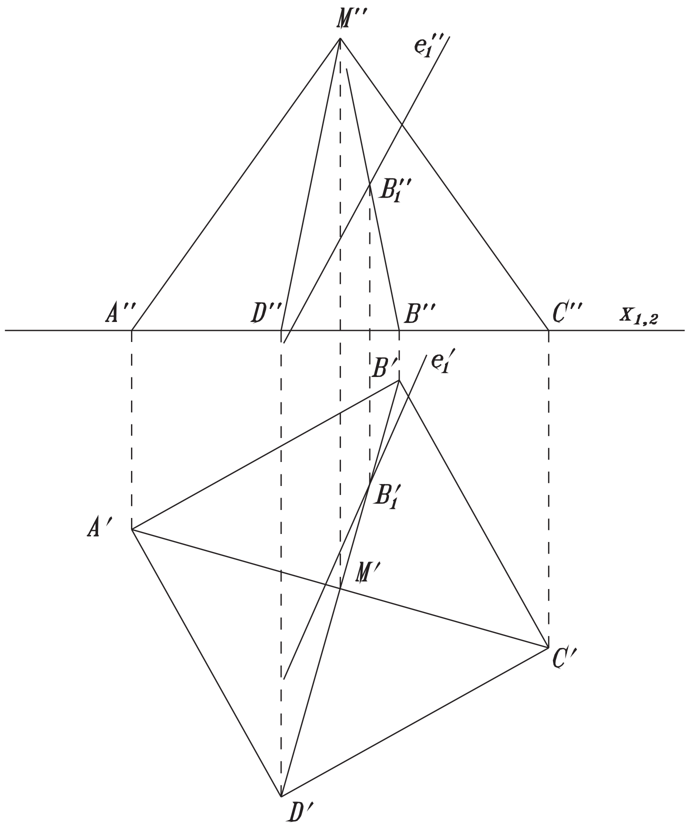
V.8. Messe az adott gúlát a **$\underline{V_2}$** második vetítősíkkal!
Ábrázolja láthatóság szerint az elmetszett gúlapalástnak az alapsík és a metszősík között lévő részét!
Szerkessze meg a kimetszett síkidom valódi nagyságát síkjának első főállásba forgatásával!



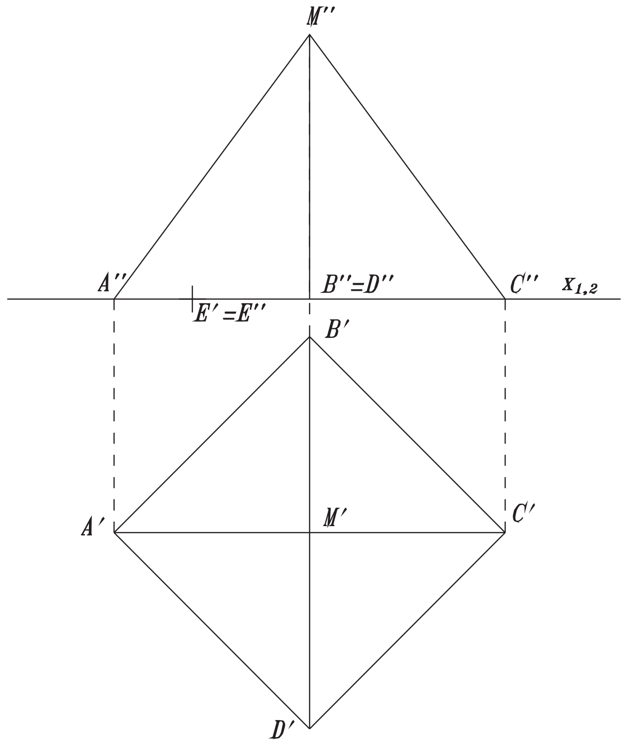
V.9. Adott egy első képsíkon álló kocka, amelynek csúcspontjai: **1, 2,** ... **8**.
Messe a kockát a **3, 5** csúcsokon átmenő testátló felezőmerőleges síkjával! A metszet csúcsait jelölje: **A, B,** ... -vel!
A metszés után ábrázolja láthatóság szerint a kockatestnek az alapsík és a metszősík közötti jobb oldali részét!
A csonkolt kockáról transzformációval szerkesszen olyan új képet láthatóság szerint, ahol a metszet valódi nagyságban látszik!



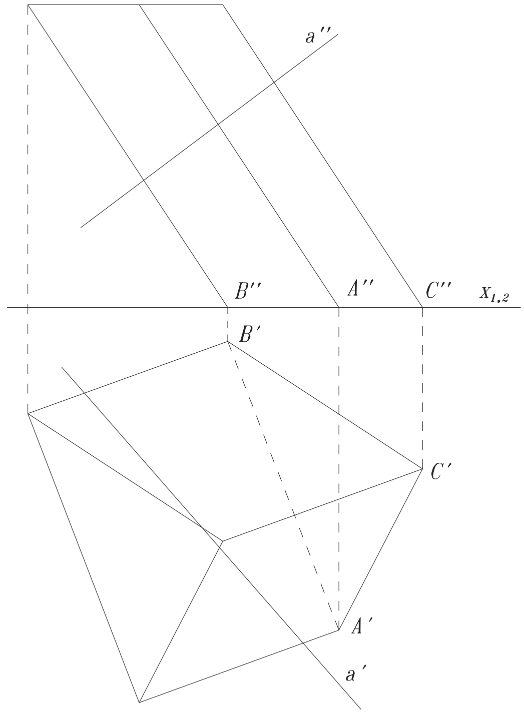
V.10. Szerkessze meg az **ABCDM** szabályos négyoldalú gúlának és az $\mathbf{e_1}$ első esésvonalával adott síknak a metszetét! (Az $\mathbf{e_1}$ metszi a **BM** oldalélt.) A szerkesztést végezze képsíktranszformációval! Ábrázolja az alapsík és a metszősík között lévő gúlatestrészt láthatóság szerint!



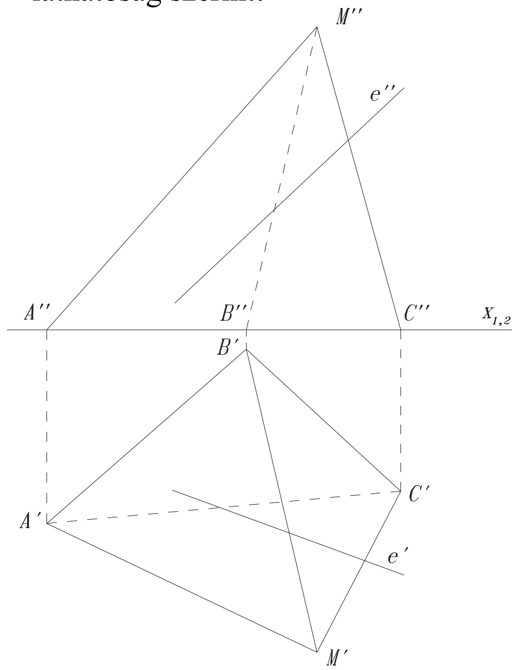
V.11. Vegye fel azt a **V** második vetítősíkot, amely illeszkedik az **E** pontra és az adott gúla magasságát felező pontra! Szerkessze meg az **ABCDM** szabályos négyoldalú gúlának és a felvett **V** vetítősíknak a metszetét! Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík között lévő gúlapalástrészt! Szerkessze meg a metszet valódi nagyságát!



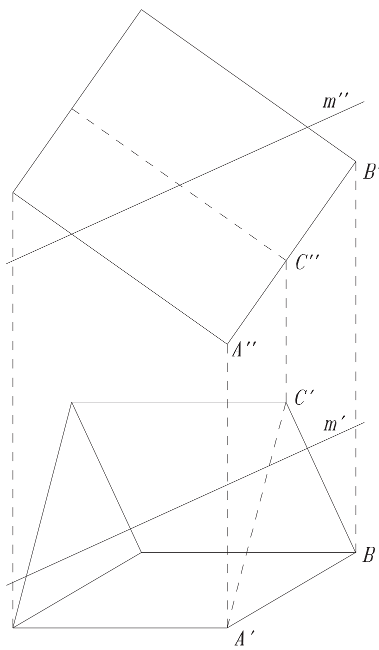
V.12. Szerkessze meg az adott ferde hasábnak és az **a** egyenesnek a döféspontjait! Ábrázolja a hasábot és az egyenest láthatóság szerint!



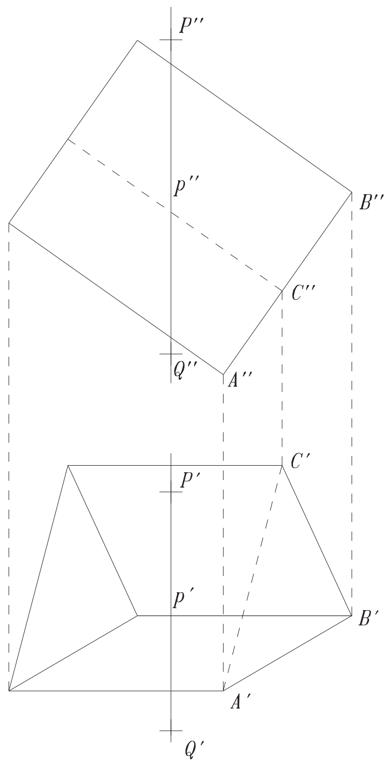
V.13. Szerkessze meg az adott ferde gúlának és az **e** egyenesnek a döféspontjait! Ábrázolja a gúlát és az egyenest láthatóság szerint!



V.14. Messe az **ABC** alapú egyenes hasábot az **m** egyenessel! Ábrázolja a hasábtestet és az egyenest láthatóság szerint!



V.15. Szerkessze meg az adott hasábnak és a **p(PQ)** profilegyenesnek a döféspontjait! Ábrázolja a hasábot és az egyenest láthatóság szerint!



V.16. Ábrázoljon egy első képsíkon álló szabályos ötoldalú gúlát, majd messe el valamely általános helyzetű oldalélének felező merőleges síkjával! Végezze a szerkesztést transzformációval, majd szerkessze meg a metszetidom valódi nagyságát! Ábrázolja láthatóság szerint a csonkolt gúlapalástot! Készítse el a csonkolt gúlapalást kiterített hálóját! (Mutassa meg az alapidom és a metszetidom között fennálló centrális kollineációt!)

V.17. Ábrázoljon egy profilsíkon álló szabályos négyoldalú hasábot, majd messe el egy olyan első vetítősíkkal, amely a második képsíkkal 45°–os szöget zár be! Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti hasábtestet! Készítse el a csonkolt hasábpalást kiterített hálóját!

V.18. Ábrázoljon egy első vetítősíkon álló szabályos négyoldalú hasábot, majd messe el egy olyan második vetítősíkkal, amely az első képsíkkal 45°–os szöget zár be! Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti hasábpalástot!

V.19. Ábrázoljon egy második vetítősíkon álló szabályos négyoldalú gúlát, majd messe el egy olyan első vetítősíkkal, amely a második képsíkkal 60°–os szöget zár be! Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti gúlapalástot!

V.20. Ábrázoljon egy második vetítősíkon álló szabályos hatoldalú gúlát, majd messe el egy általános helyzetű egyenessel! Ábrázolja láthatóság szerint a gúlát és az egyenest!

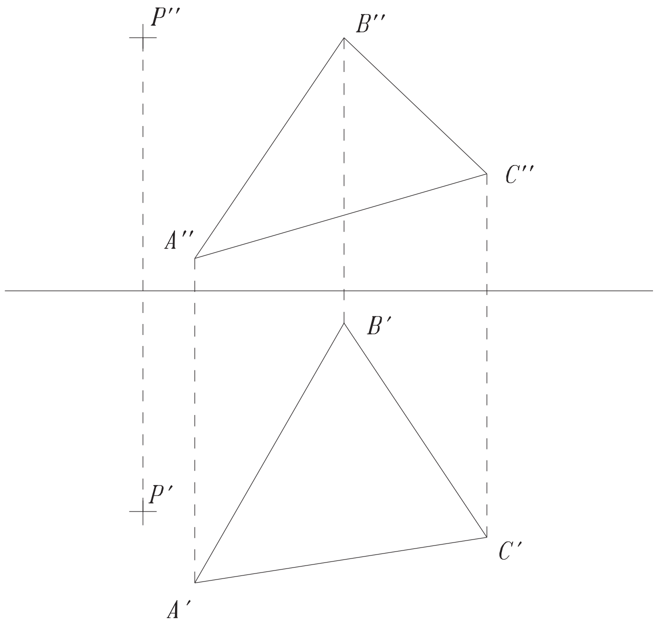
V.21. Ábrázoljon egy második vetítősíkon álló szabályos négyoldalú gúlát, majd messe el egy olyan horizontális helyzetű egyenessel, amely az alapot is döfi! Ábrázolja láthatóság szerint a gúlát és az egyenest!

V.22. Ábrázoljon egy első képsíkon álló kockát úgy, hogy az első képsíkra merőleges lapjai 45°–os szöget zárjanak be a második képsíkkal! Messe a kockát a második képsíkkal párhuzamos egyik testátló felezőmerőleges síkjával! A metszés után ábrázolja láthatóság szerint a kockának az alapsík és a metszősík közötti részét! Erről a csonkolt kockatestről képsíktranszformációval szerkesszen olyan új nézetet láthatóság szerint, ahol a metszet valódi nagyságban látszik!

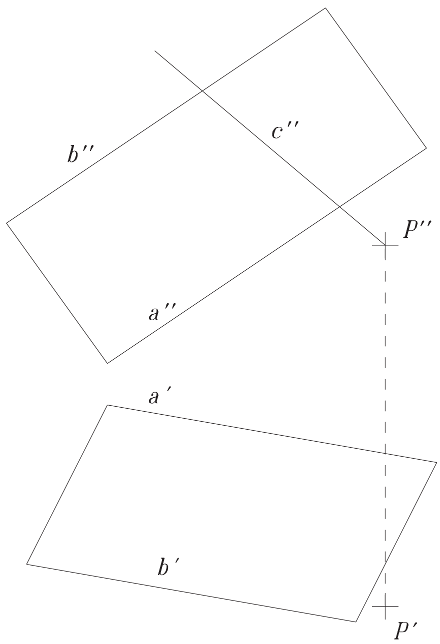
V.23. Ábrázoljon egy első képsíkon álló, **ABCDE** szabályos ötszög alapú egyenes (vagy ferde) gúlát! Messe el a gúlát valamelyik általános helyzetű oldalélének felezéspontjára illeszkedő, az élre merőleges síkkal képsík transzformáció (centrális kollineáció) alkalmazásával! Ábrázolja az alapsík és a metszősík közötti gúlatestrészt láthatóság szerint! Szerkessze meg a metszet valódi nagyságát, majd terítse síkba az ábrázolt gúlapalástrészt!
(A kiterített palástot felhasználva készítse el az alakzat modelljét!)

V.24. Ábrázoljon egy első képsíkon álló négyzet alapú egyenes gúlát! Az alapnégyzet oldalhossza legyen 50mm és egyik oldala sem párhuzamos a második képsíkkal! A gúla oldaléleinek hossza 60mm. Messe a gúlát valamely oldalélének felezőmerőleges síkjával! (A síkmetszet elkészítéséhez használjon olyan új képsíkot, amelyen a metszősík élben látszik!)
Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti csonkolt gúlatestrészt! Készítse el a csonkolt alakzat kiterített hálóját, majd a papír modelljét! A határlapok valódi nagyságának szerkesztéséhez alkalmazza a forgatás műveletét!
Ellenőrizze a modell pontosságát a vetülettel összehasonlítva! Az elfogadás tűrése 1.5mm.

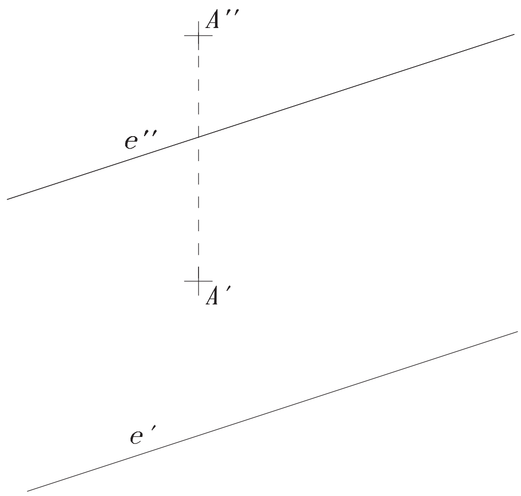
VI.1. Szerkessze meg az **S**(**ABC**) sík és a **P** pont t távolságát!



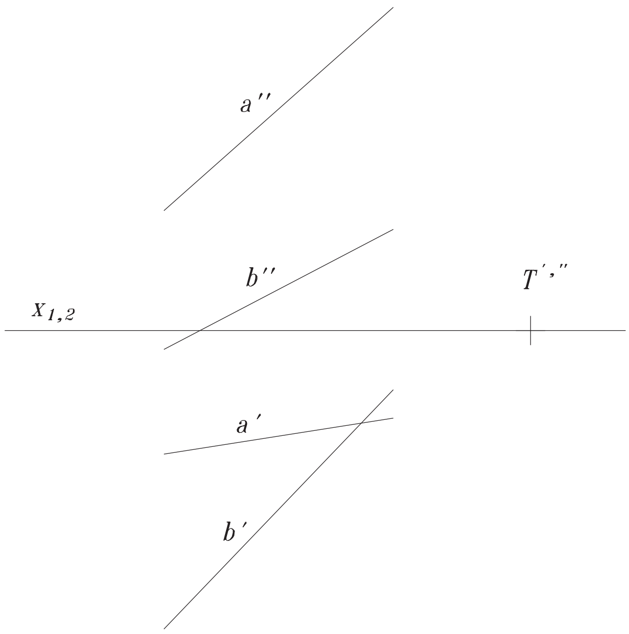
VI.2. Adott az **S**(**ab**) sík, a **P** pont és egy **P**-re illeszkedő **c** egyenesnek csak a **c”** második képe.
Szerkessze meg **c’-t** úgy, hogy **c** párhuzamos legyen az **S** sík-kal! Határozza meg a **c** egyenes és az **S** sík s távolságát!



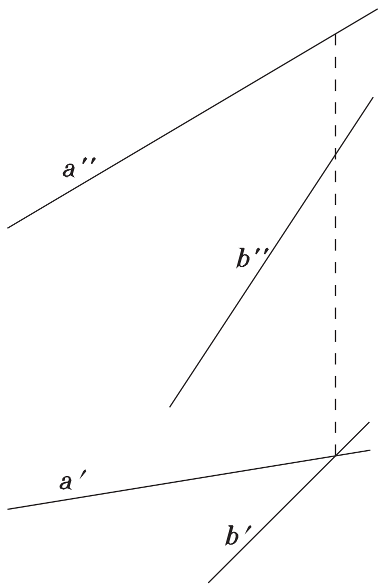
VI.3. Szerkessze meg az **e** egyenes és az **A** pont d távolságát!



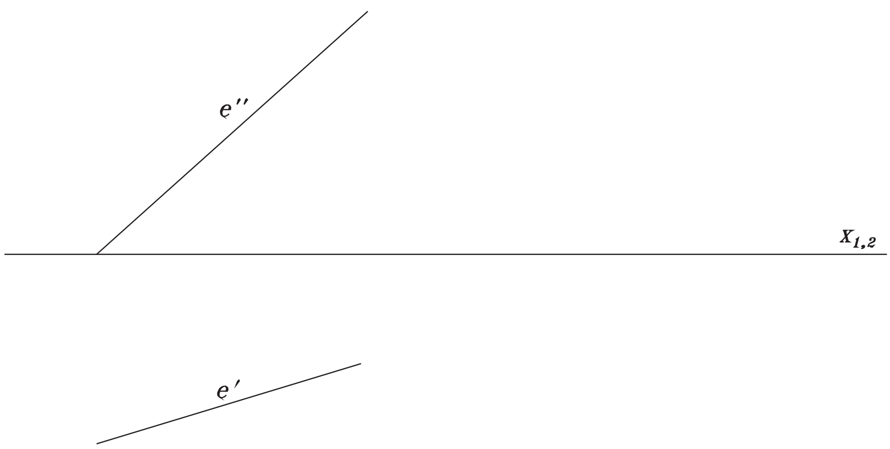
VI.4. Szerkessze meg az **a** és **b** kitérő egyenesek t távolságát, majd a két kitérő egyenes legrövidebb összekötését, azaz a *normáltranszverzálisát*!
(A szerkesztést az első képsíkhoz kapcsolt új képsík bevezetésével kezdje! Az új képtengelyeket a **T** ponton keresztül célszerű felvenni.)



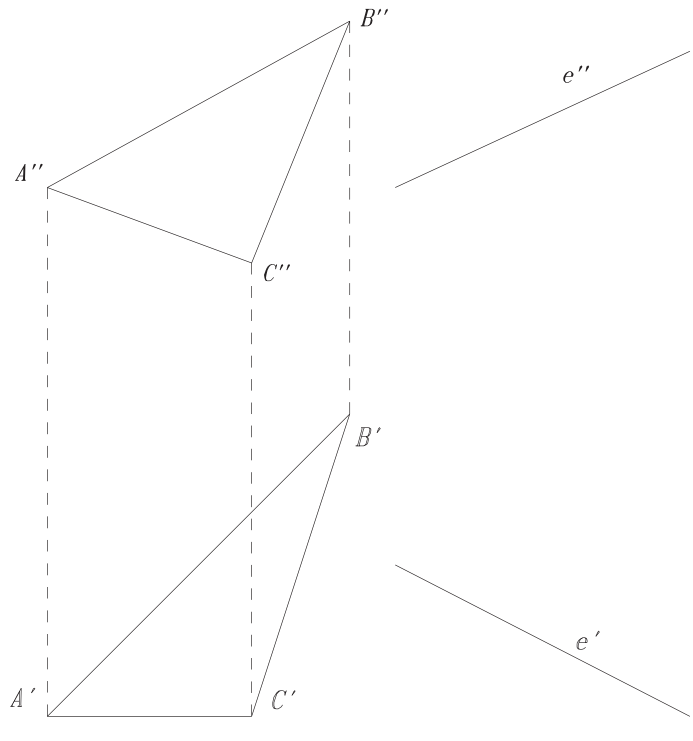
VI.5. Szerkessze meg az **a** és **b** kitérő egyenesek által meghatározott szöget!
(A szöget jelölje α-val!)



VI.6. Szerkessze meg az adott **e** egyenes első és második vetítősíkjának β szögét!

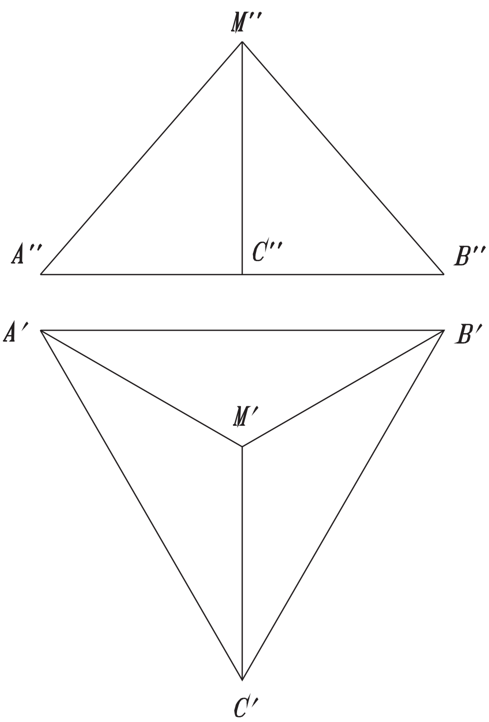


VI.7. Szerkessze meg az **S**(**ABC**) sík és az **e** egyenes α szögét!



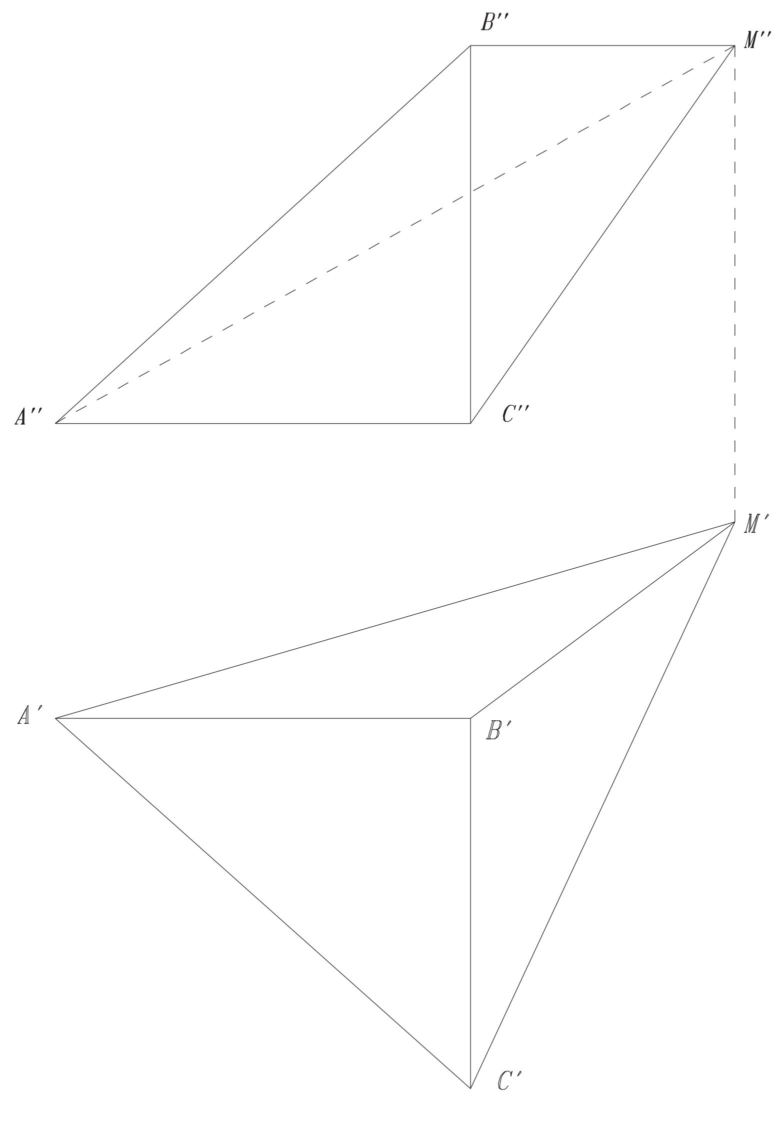
VI.8. Az adott háromoldalú gúlára vonatkozóan szerkessze meg:

a) az **AB** és **CM** élek egyeneseinek t távolságát,
b) a **BM** és **CM** élek α szögét,
c) az **ACM** és **BCM** lapok β szögét!



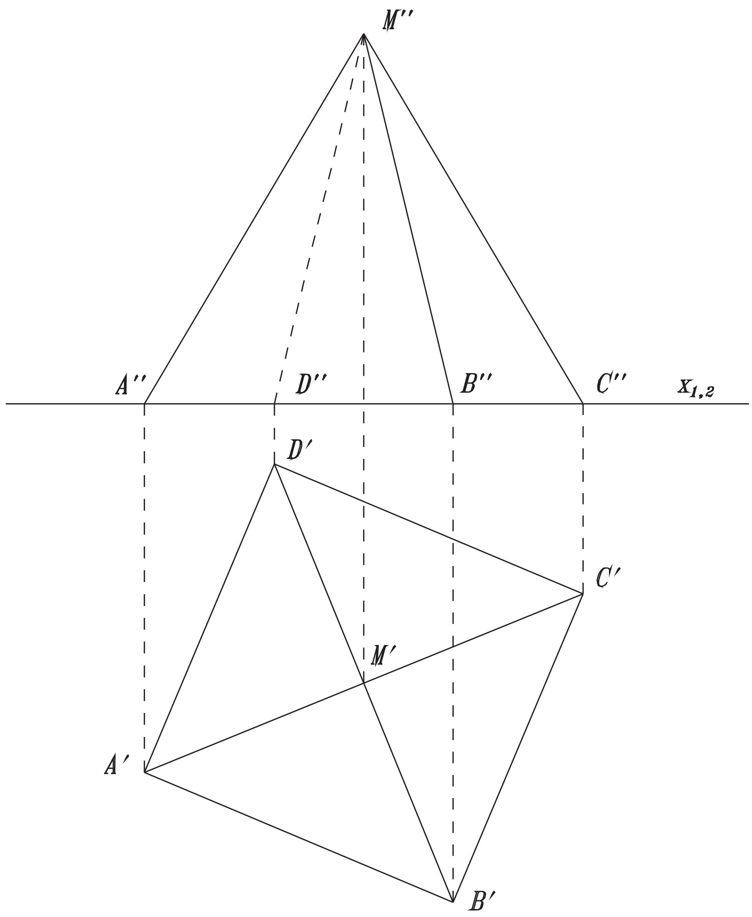
VI.9. Az **ABCM** gúlára (poliéderre) vonatkozóan szerkessze meg:

a) az **ABC** lap α_1 első és α_2 második képsíkszögét,
b) az **AB** és **CM** élek α szögét,
c) az **AB** és **CM** élek egyeneseinek t távolságát,
d) **az M** csúcs m távolságát az **ABC** laptól,
e) az **ABC** és **BCM** lapok β szögét!



VI.10. Az **ABCDM** gúlára vonatkozóan szerkessze meg:

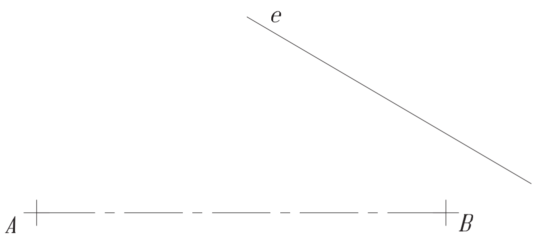
a) az **AD** és **BM** élek egyeneseinek t távolságát,
b) az **A** csúcs és a **DM** él s távolságát,
c) az **AM** oldalél α_2 második képsíkszögét,
d) a **BM** és **DM** élek β szögét,
e) a **CDM** és **BCM** lapok γ szögét,
f) az **ABCD** és az **ADM** lapok δ szögét!



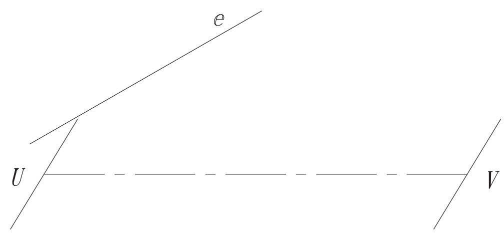
VI.11. Vegyen fel egy horizontális síkban fekvő **AB=**60mm alapélű és **AM=**80mm szárú egyenlőszárú háromszöget úgy, hogy az **AM** oldala mindkét nézet síkjával párhuzamos legyen! Ábrázolja azt az **ABCD** négyzetalapú **M** csúcspontú egyenes gúlát, amelynek egyik oldallapja az **ABM** háromszög!
Szerkessze meg:

a) a gúla magasságának valódi hosszát,
b) az **AM** és **BC** él t távolságát,
c) az alapnégyzet síkjának és a vízszintes oldallap síkjának a α szögét,
d) a **BCM** és **CDM** lapok β szögét,
e) a **CM** él δ második képsíkszögét,
f) a **CM** él és az alapnégyzet síkjának γ szögét!

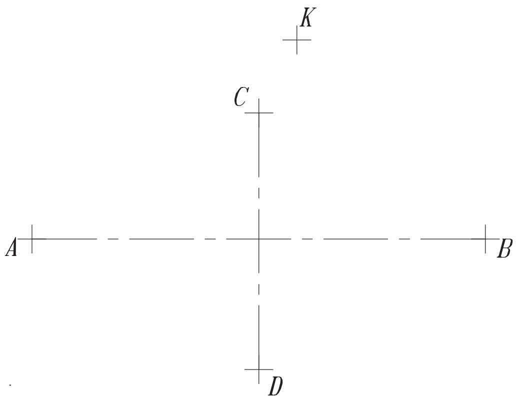
VII.1. Adott az ellipszis **AB** nagytengelye és **e** érintője. Szerkessze meg affinitással az **e** érintő **E** érintési pontját és a **CD** kistengelyt, majd rajzolja meg az ellipszist!



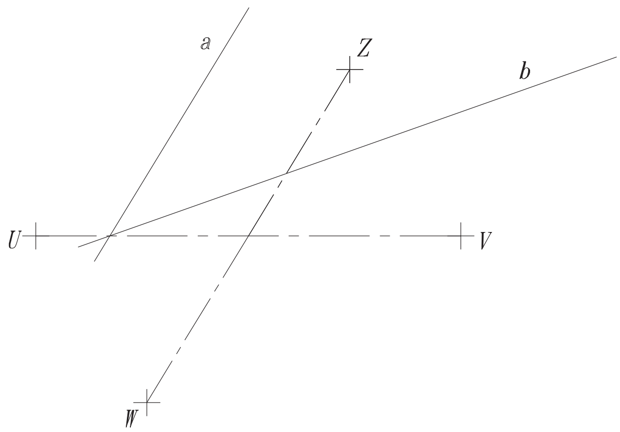
VII.2. Adott az ellipszis **UV** átmérője a végpontokbeli érintőkkel és egy további **e** érintője. Szerkessze meg affinitással az **e** érintő **E** érintési pontját, az **UV**-hez konjugált **WZ** átmérőt, az ellipszis tengelyeit, majd rajzolja meg az ellipszist!



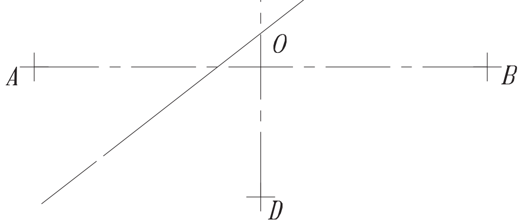
VII.3. **AB** nagy- és **CD** kistengelyével adott ellipszishez szerkesszen a **K** pontból érintőket, majd rajzolja meg az ellipszist és az érintőit a **K** ponttól az érintési pontokig!



VII.4. **UV** és **WZ** konjugált átmérőpárjával adott ellipszisnek szerkessze meg az **a** és **b** egyenesekkel a metszéspontjait, majd rajzolja meg a görbét!



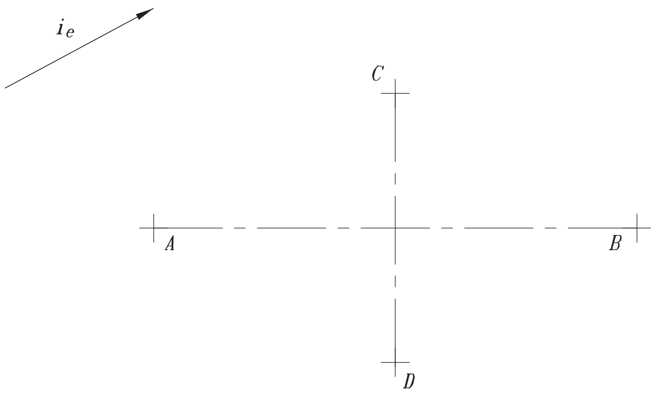
VII.5. Az **AB** és **CD** tengelyeivel adott ellipszisnek szerkessze meg az **e** egyenessel a metszéspontjait, majd rajzolja meg a görbét!



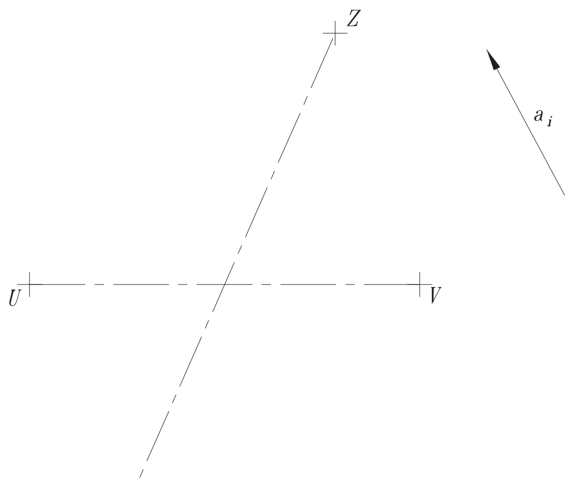
VII.6. Adott az ellipszis $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$ fókusza és az **E** pontja. Szerkessze meg az ellipszisnek a tengelyeit, az **E** pontbeli **e** érintőjét, az **EG** átmérőjét, majd az **EG**-hez konjugált **HJ** átmérőt! Hiperoszkuláló körök segítségével rajzolja meg az ellipszist!

VII.7. Adott az ellipszis **UV** átmérője a végpontokbeli érintőkkel és a **P** pontja. Szerkessze meg affinitással az **UV**-hez konjugált **WZ** átmérőt, a **P** pontban az érintőt, az ellipszis tengelyeit, majd rajzolja meg az ellipszist!

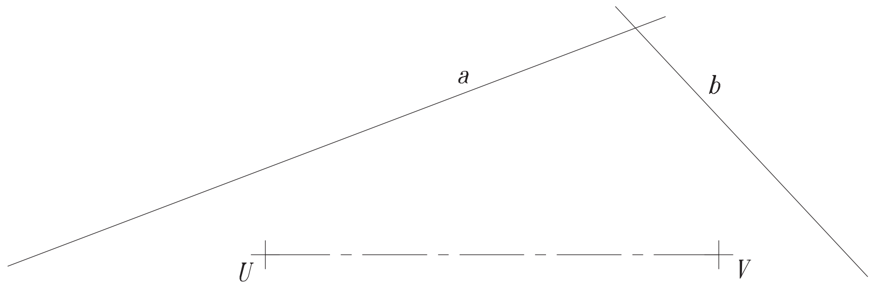
VII.8. Az **AB** és **CD** tengelyeivel adott ellipszisnek szerkessze meg az $\mathbf{i_e}$ iránnyal párhuzamos érintőit, majd rajzolja meg a görbét!



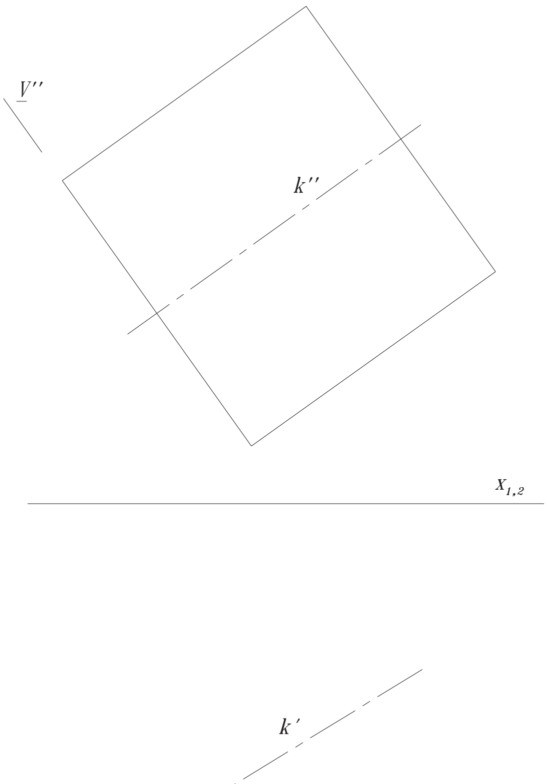
VII.9. Az **UV** és **WZ** konjugált átmérőpárjával adott ellipszishez szerkesszen az $\mathbf{a_i}$ iránnyal párhuzamos érintőket! Határozza meg az érintők érintési pontjait, majd rajzolja meg az ellipszist!



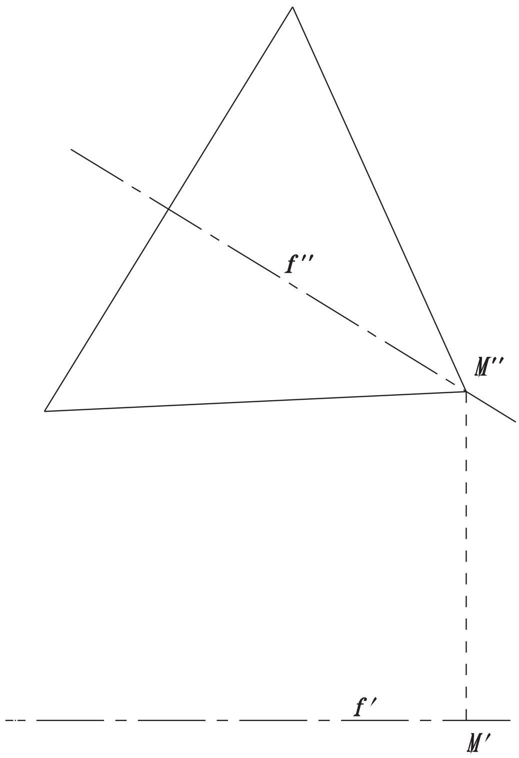
VII.10. Adott az ellipszis **UV** átmérője és két érintője **a** és **b**. Szerkessze meg affinitással az **UV**-hez konjugált **WZ** átmérőt, az érintők érintési pontjait, az ellipszis tengelyeit, fókuszait, majd rajzolja meg az ellipszist!



VII.11. Adott egy ferde körhenger **k** középvonala és a henger második képe. Ábrázolja láthatóság szerint a henger első képét! Ehhez szerkessze meg az alap- és fedőkör első képét és a körök ellipszis vetületének a **k'**-vel párhuzamos érintőit!

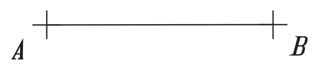


VII.12. Adott egy forgáskúp frontális helyzetű **f** tengelye és a kúp második képe (**M** a kúp csúcspontja). Ábrázolja láthatóság szerint a kúp első képét! Ehhez szerkessze meg az alapkör első képét és a kör ellipszis vetületének a **M'**-ből húzható érintőit!



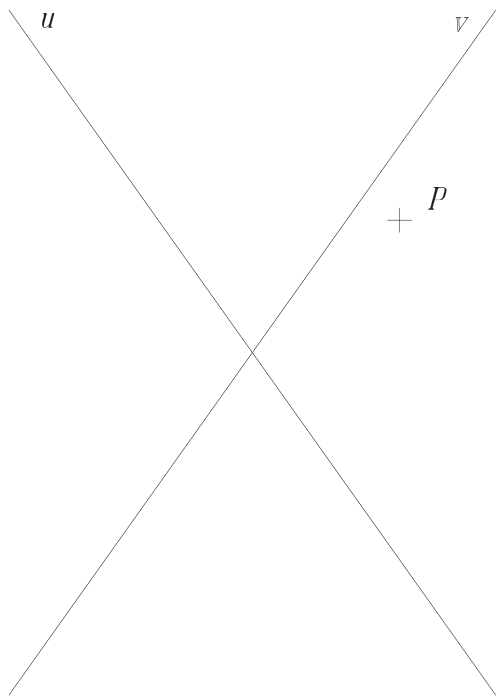
VII.13. Adott a hiperbola **AB** valós tengelye. A képzetes tengely a valós tengely másfél-szerese. Szerkessze meg a hiperbola

1) **u** és **v** aszimptotáit, $\mathbf{F_1}$ és $\mathbf{F_2}$ fókuszait,
2) azon **P,Q,R,S** pontjait, amely pontok vezérsugarainak aránya 2:1, majd valamelyikükben a görbe **e** érintőjét,
3) valós tengelyének végpontjaiban a simulóköröket, majd rajzoljon meg a hiperbola mindkét ágán egy-egy ívet!



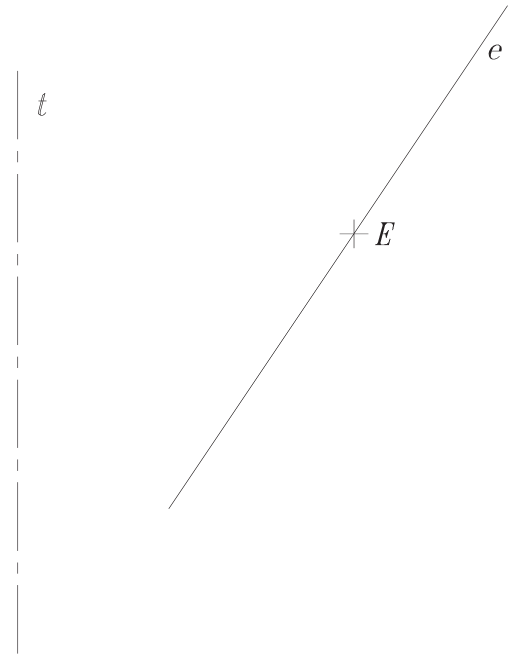
VII.14. Adott a hiperbola **u** és **v** aszimptotája és egy **P** pontja.
Rajzolja meg a hiperbola **PR** átmérőjét!
Szerkessze meg a hiperbola

1) **P** pontbeli **e** érintőjét, majd a **PR** átmérőhöz konjugált **ST** átmérőt,
2) **AB** valós és **CD** képzetes tengelyét,
3) a valós tengely végpontjaiban a hiperoszkuláló köröket!
4) Rajzolja meg a hiperbola **P**-n és **R**-n átmenő egy-egy ívét!



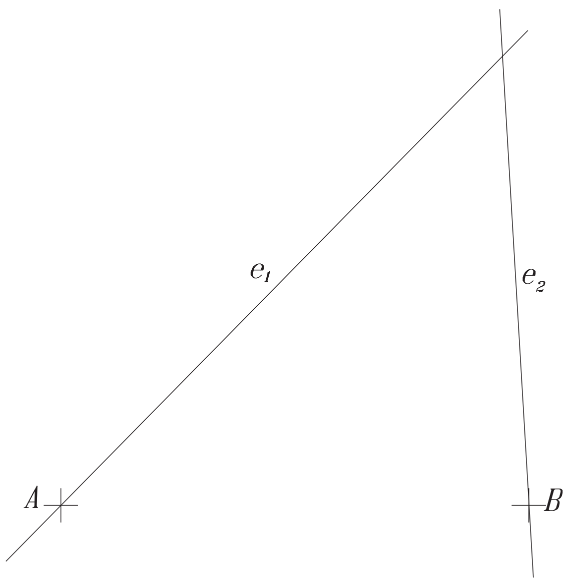
VII.15. Adott a parabola **t** tengelye és **e** érintője az **E** érintési ponttal.
Szerkessze meg a parabola

1) **F** fókuszát és **v** vezéregyenesét,
2) **C** tengelypontját a **c** érintővel, és a tengelypontbeli simulókörét,
3) azon **P** és **R** pontjait az érintővel, amelyek a paraméter kétszeresére vannak a fókusztól!
4) Rajzolja meg a **PCR** parabolaívet!



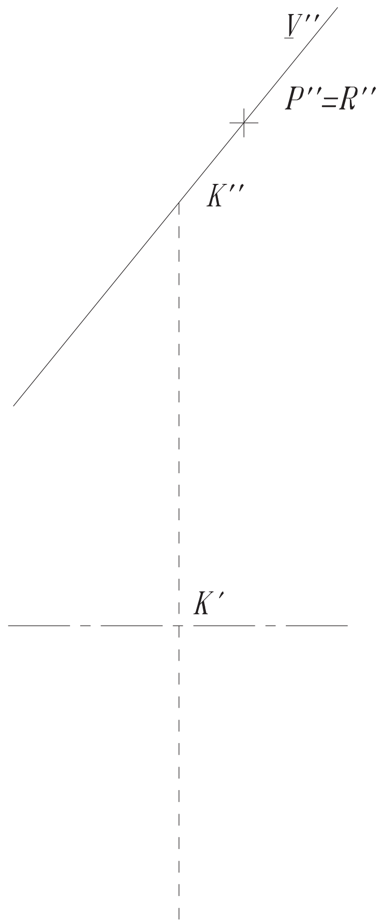
VII.16. Adott a parabola $\mathbf{e_1}$ és $\mathbf{e_2}$ érintője az **A** és **B** érintési ponttal.
Szerkessze meg a parabola

1) **F** fókuszát, **t** tengelyét, **v** vezéregyenesét,
2) **C** tengelypontját a **c** érintővel és a tengelypontbeli simulókörét!
3) Rajzolja meg a **ACB** parabolaívet!



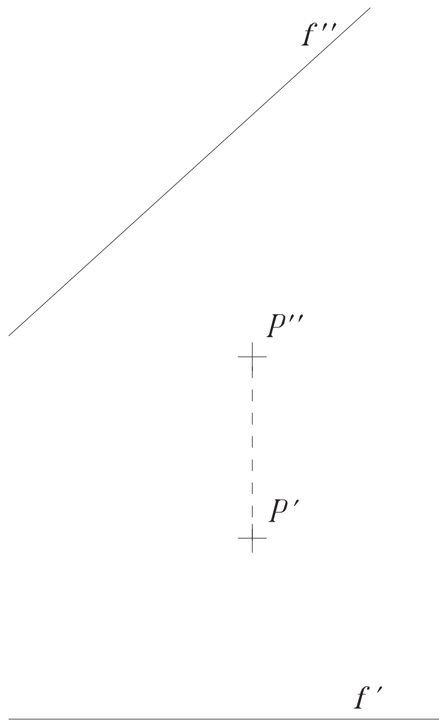
VIII.1. Ábrázolja az adott **V** második vetítősíkra illeszkedő, **K** középpontú, r=35mm sugarú kört!
Szerkessze meg a kör

1) első képének **A′B′** nagy- és **C′D′** kis-tengelyét,
2) **P** és **R** pontjainak első képét az érintőkkel együtt!
3) A hiperoszkuláló körök elkészítése után rajzolja meg a kör első képét!



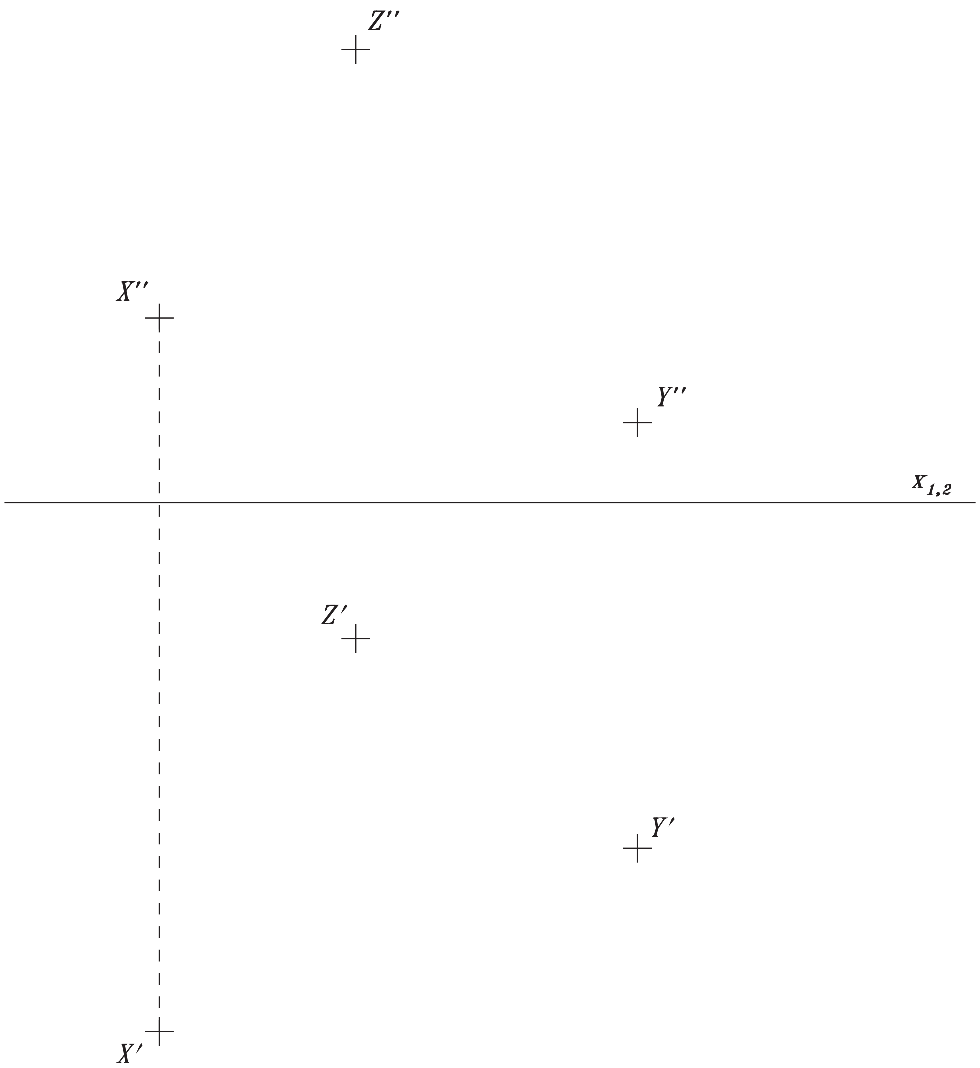
VIII.2. Adott egy körlap **f** frontális helyzetű forgástengelye és a kör egy **P** kerületi pontja!
(A körlap forgástengelye a kör középpontjára illeszkedő, a kör síkjára merőleges egyenes.)
Szerkessze meg a kör

1) **S** síkját, **K** középpontját, r sugarát,
2) első képének **A′B′** nagy- és **C′D′**
3) kistengelyét!
4) A hiperoszkuláló körök elkészítése után rajzolja meg a kör első képét!
5) Ábrázolja láthatóság szerint a körlapot és a **t** forgástengelyét!



VIII.3. Ábrázolja az adott **X, Y, Z** pontokon átmenő kört! Szerkessze meg

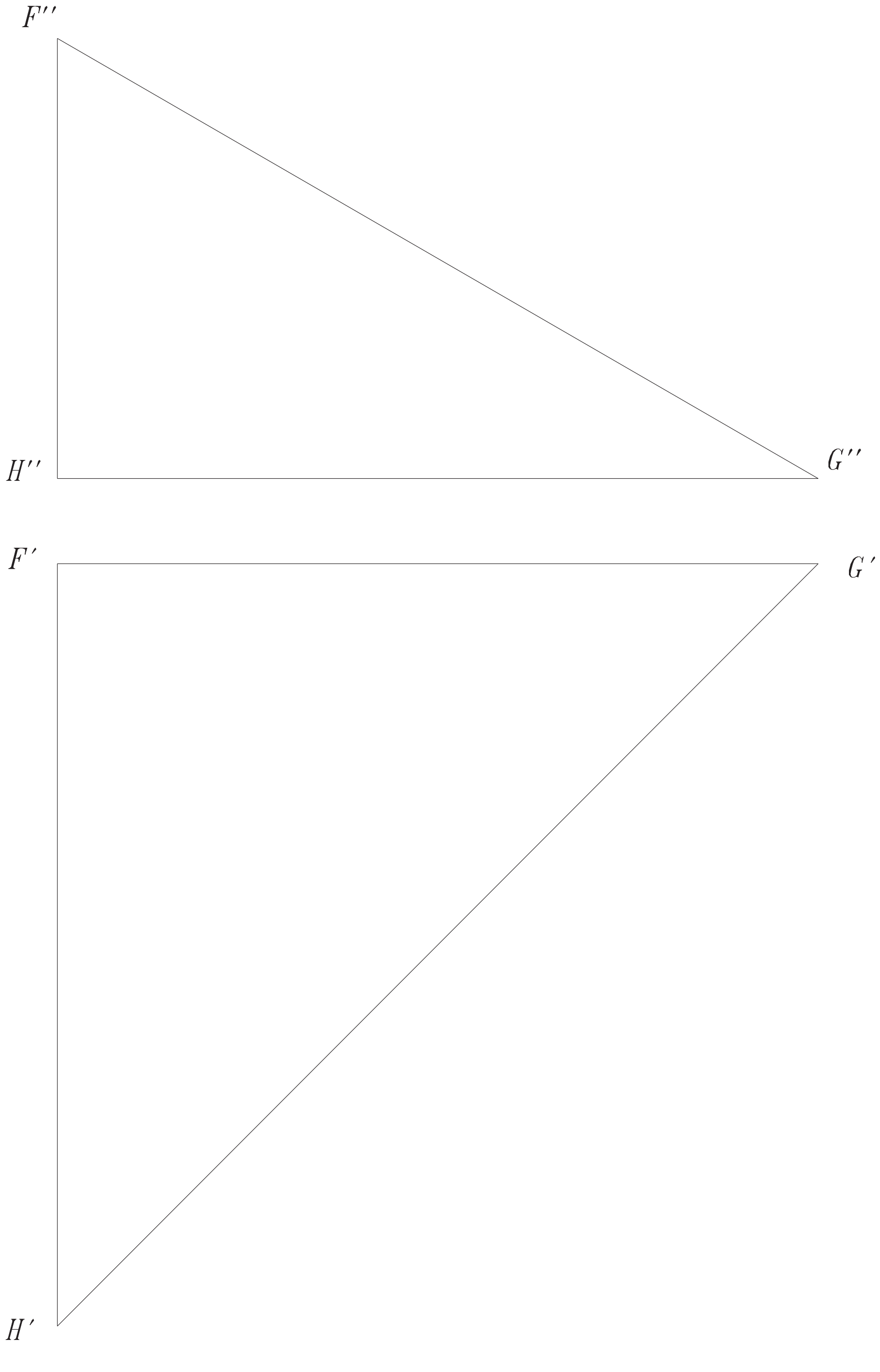
1) a kört valódi nagyságban a síkjának első nyomvonala körüli leforgatásával,
2) a körnek azokat az átmérőit mindkét képen, amelyek az első képellipszis **A'B'** nagy- és **C'D'** kistengelyét képezik,
3) a körnek azokat az átmérőit mindkét képen, amelyek a második képellipszis **E"F"** nagy- és **G"H"** kistengelyét képezik,
4) a körnek a **Y** pontbeli érintőjét!
5) Rajzolja meg a képellipsziseket a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.4. Adott az **FGH** háromszög, amelynek oldalai fővonalak és profilegyenes. Ábrázolja az **FGH** háromszögbe írható kört!

Szerkessze meg

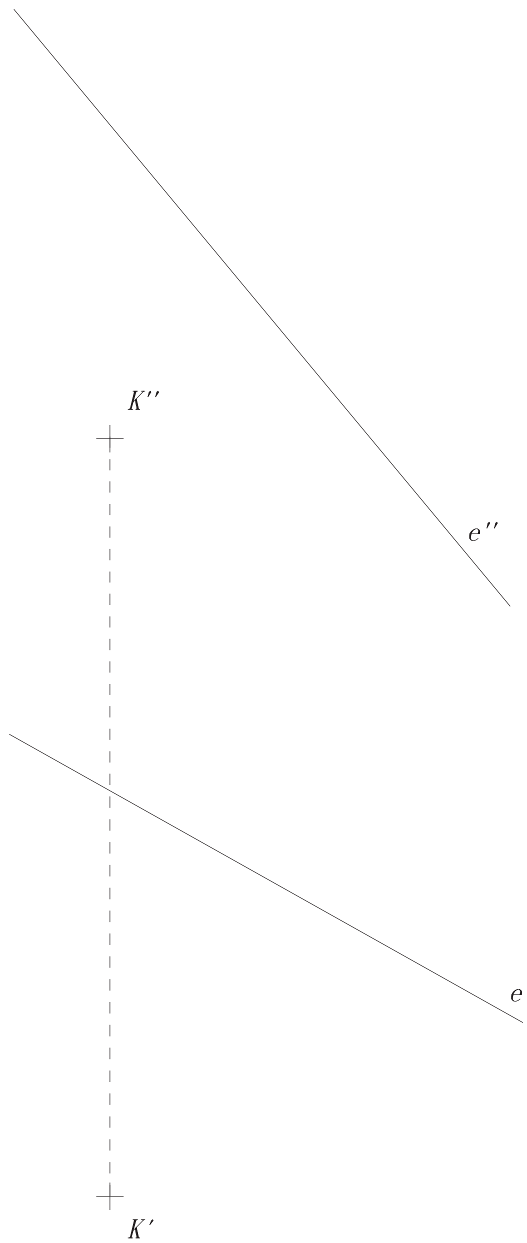
1) a kört valódi nagyságban síkjának leforgatásával,
2) a körnek azokat az átmérőit mindkét képen, amelyek az első illetve a második képellipszis nagy- és kistengelyét képezik,
3) a körnek az **FH** érintőn lévő érintési pontját, majd az érintési ponton átmenő átmérőhöz konjugált átmérőt!
4) Rajzolja meg a képellipsziseket a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.5. Az adott **S**(**eK**) síkban ábrázolja azt a **K** középpontú körlapot, amely az **e** egyenest érinti.

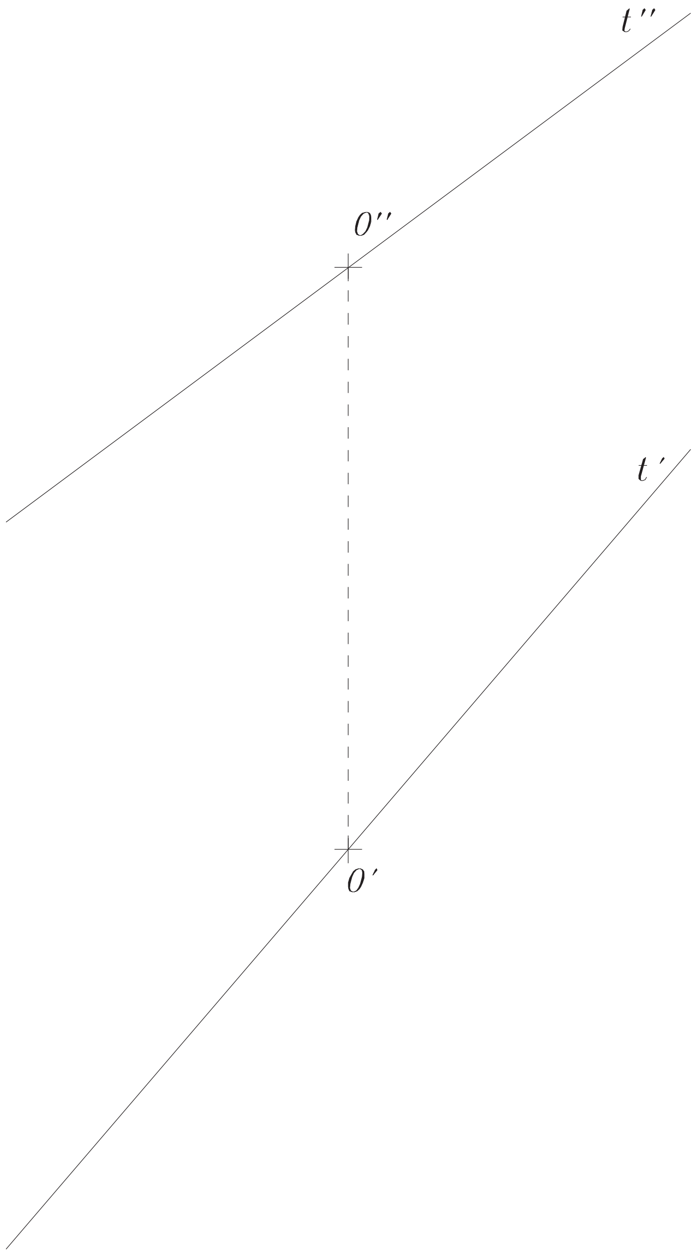
Szerkessze meg

1) a kört valódi nagyságban leforgatással,
2) a körnek azokat az **AB**, **CD** átmérőit mindkét képen, amelyek az első képellipszis nagy- és kistengelyét képezik,
3) a körnek azokat az **FG**, **HJ** átmérőit mindkét képen, amelyek a második képellipszis nagy- és kistengelyét képezik,
4) a kör azon érintőit az érintési pontokkal, amelyek profilegyenesek!
5) Rajzolja meg a képellipsziseket a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.6. Adott a **t** egyenes és a ráilleszkedő **O** pont. Ábrázolja azt a körlapot, amelynek síkja merőleges a **t** egyenesre, középpontja az **O** pont és a kör sugara r=40mm!
Szerkessze meg

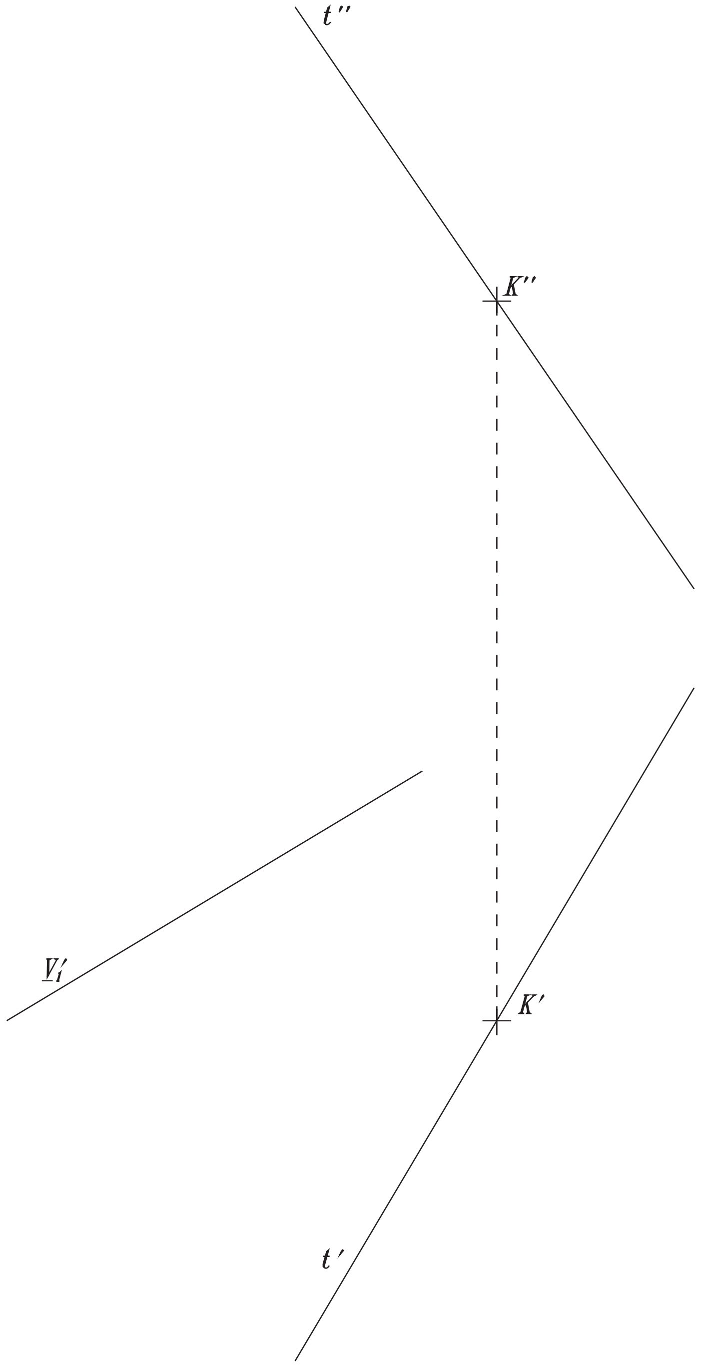
1) a körnek azokat az átmérőit mindkét képen, amelyek az első illetve a második képellipszis nagy és kistengelyét képezik,
2) a körnek azt a konjugált átmérőpárját, amelyek közül az egyik profil helyzetű!
3) Rajzolja meg a képellipsziseket hiperoszkuláló körök segítségével, majd ábrázolja láthatóság szerint a kört és a **t** forgástengelyt!



VIII.7. Ábrázolja azt a körlapot, amelynek síkja merőleges a **t** egyenesre, középpontja a **K** pont és a kör a **V**$_1$ vetítősíkot érinti! Szerkessze meg

1) a kört valódi nagyságban leforgatással,
2) a körnek azokat az átmérőit mindkét képen, amelyek az első illetve a második képellipszis nagy- és kistengelyét képezik,
3) a körnek a **V**$_1$ síkkal az **A** érintési pontját, majd az **a**(**AK**) átmérőhöz konjugált átmérőt!

Rajzolja meg a kör ellipszis vetületeit a hiperoszkuláló körök segítségével!

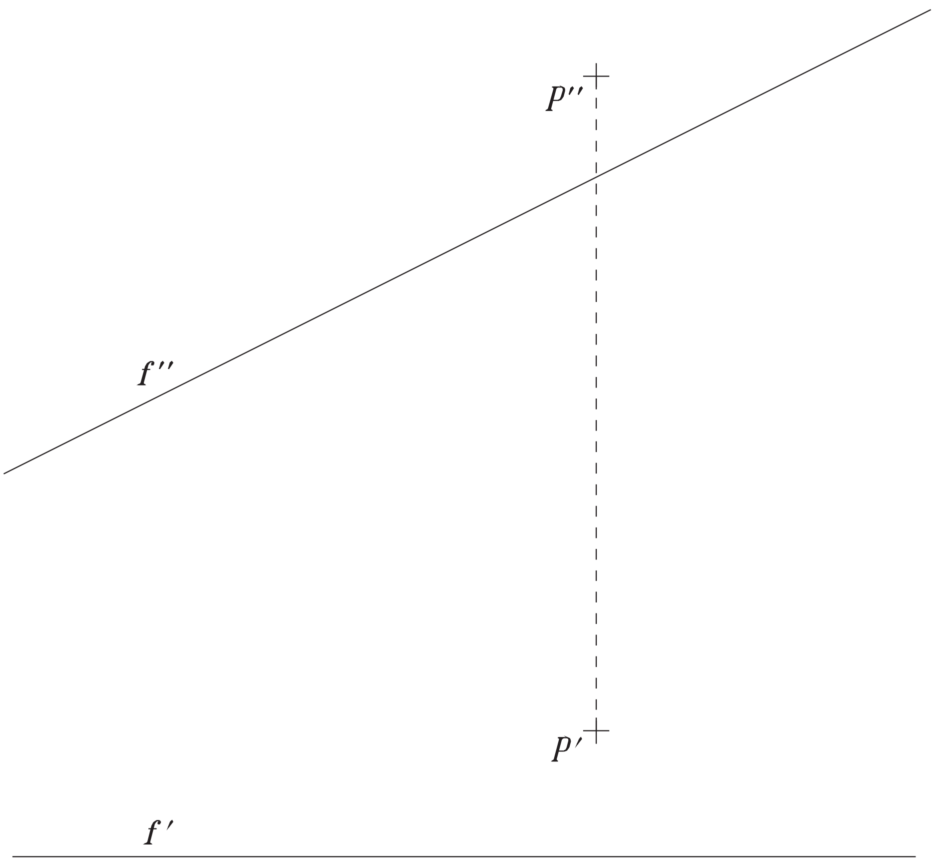


VIII.8. Az adott **S(fP)** síkban ábrázolja azt a körlapot, amelynek egy kerületi pontja **P**, egy átmérője illeszkedik az **f** egyenesre és a sugara 40mm. Szerkessze meg a kört valódi nagyságban forgatással! (A két megoldás közül a balra esőt válassza!)

Szerkessze meg a kör

1) azon **AB, CD** átmérőit mindkét képen, amelyek a második kép nagy- és kistengelyét képezik,
2) azon **EF, GH** átmérőit mindkét képen, amelyek az első kép nagy- és kistengelyét képezik!

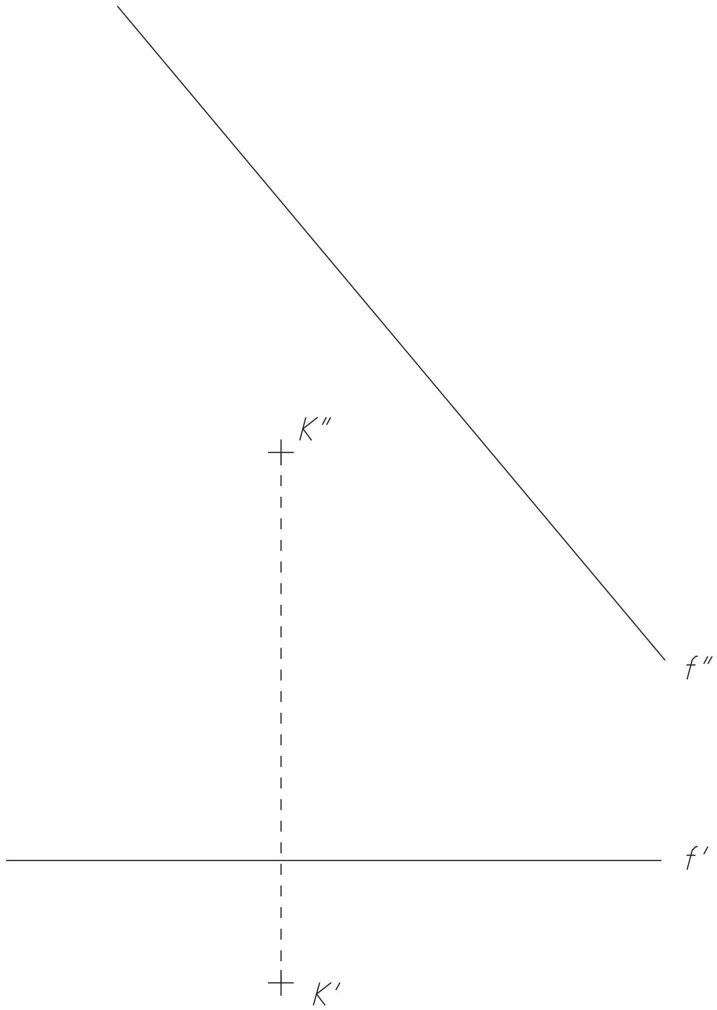
Rajzolja meg a kör ellipszis vetületeit a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.9. Az **S(fK)** síkban ábrázolja azt a kört, amelynek **K** a középpontja és a sugara r=40mm! Rajzolja meg a kört valódi nagyságban forgatással!
Szerkessze meg a kör

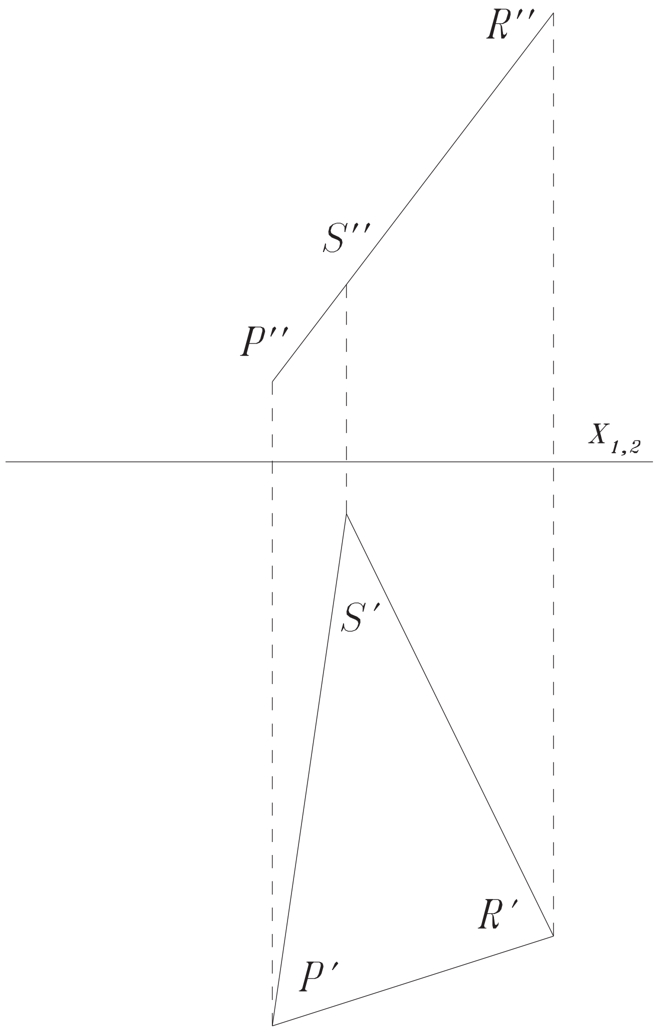
1) azon átmérőit mindkét képen, amelyek a második kép **E”F”** nagy- és **G”H”** kistengelyét képezik,
2) azon átmérőit mindkét képen, amelyek az első kép **A’B’** nagy- és **C’D’** kistengelyét képezik,
3) azon **PQ, RS** konjugált átmérőpárját, amelyek közül a **PQ** profilegyenes!

Rajzolja meg a kör egyik képét a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.10. Ábrázolja az adott, második vetítősíkbeli **PRS** háromszög köré írható kört!
Rajzolja meg a kört valódi nagyságban, síkjának első képsíkba forgatásával!
Szerkessze meg a kör

1) **K** középpontjának vetületeit,
2) azon átmérőit mindkét képen, amelyek az első kép **A**'**B**' nagy- és **C**'**D**' kistengelyét képezik,
3) azon **L** és **M** pontjait, amelyek a második képsík előtt, attól **30**mm-re vannak, és közülük egyikben az érintőt!
4) Rajzolja meg a kör első képét a hiperoszkuláló körök segítségével!



VIII.11. Ábrázoljon kört a felsorolt feltételeknek megfelelően:

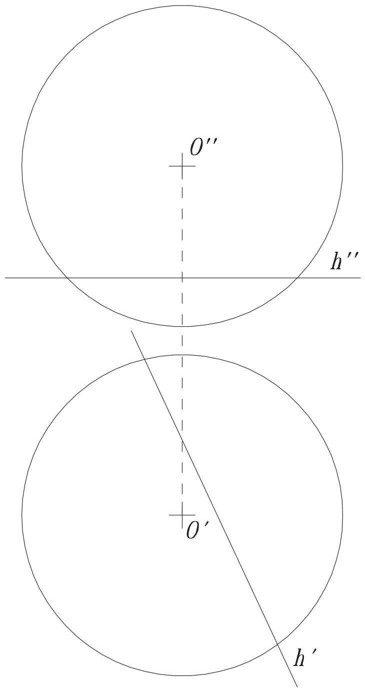
a) átmegy három adott ponton, amelyek általános síkra illeszkednek,
b) érint egy horizontális, a horizontálist metsző frontális és mindkettőt metsző általános egyenest,
c) átmegy egy adott ponton és egy adott horizontális egyenest adott pontjában érint,
d) érint két adott metsződő fővonalat, egyiket adott pontjában,
e) érint egy adott horizontális és egy azt metsző általános egyenest és adott még a kör sugara,
f) érint egy adott frontális egyenest, átmegy egy adott ponton és adott még a kör sugara,
g) átmegy egy adott ponton és forgástengelye adott egyenes!

Szerkessze meg a kör azon átmérőpárjait mindkét képen, amelyek az első illetve a második kép kis- és nagytengelyét képezik! A hiperoszkuláló körök elkészítése után rajzolja meg a kör vetületeit!

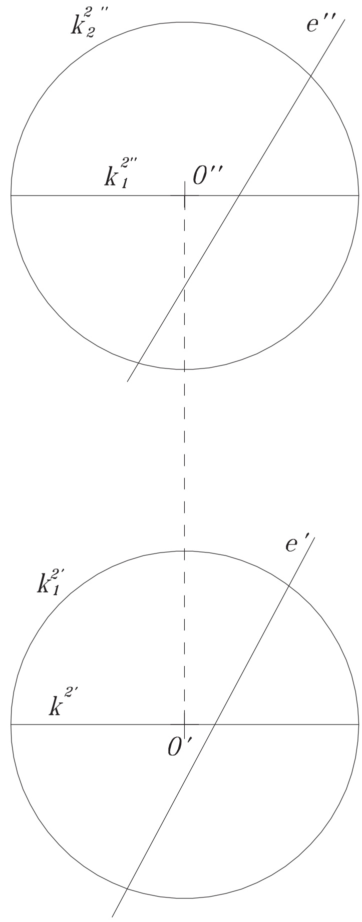
VIII.12. Vegyen fel nyomvonalaival egy dőlt síkot és ábrázoljon a síkon egy adott sugarú olyan kört, amely mindkét képsíkot érinti! Szerkessze meg a kör képeinek tengelyeit, egy általános pontban a kör érintőjét, majd a tengelyvégpontokbeli simulóköreit, s végül rajzolja meg a képellipsziseket!

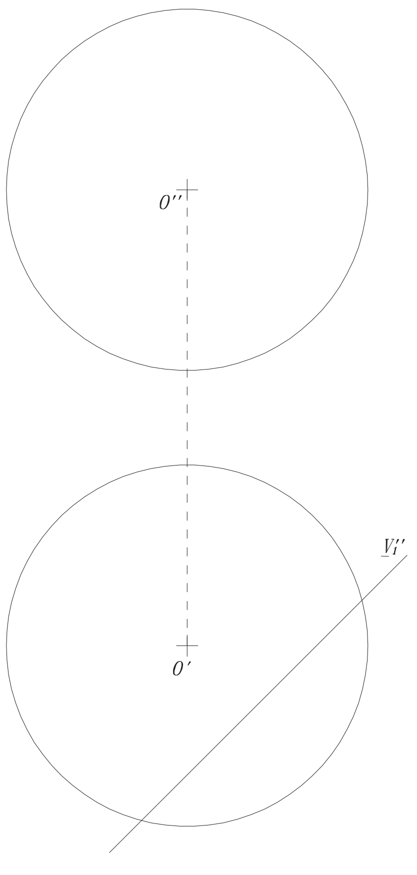
VIII.13. Vegyen fel egy általános helyzetű szakaszt! Ábrázolja azt a kört, amelynek síkja merőleges az adott szakaszra, középpontja a szakasz felezéspontja és átmérője megegyezik a szakasz hosszával! Szerkessze meg a kör vetületeinek tengelyeit, majd egy külső pontból a kör érintőinek képeit!

IX.1. Szerkessze meg az adott gömb és a **h** horizontális egyenes metszéspontjait, majd ábrázolja az alakzatot láthatóság szerint!
Az elöl lévő metszéspontban ábrázolja a gömb érintősíkját **h** és **f** fővonallal!



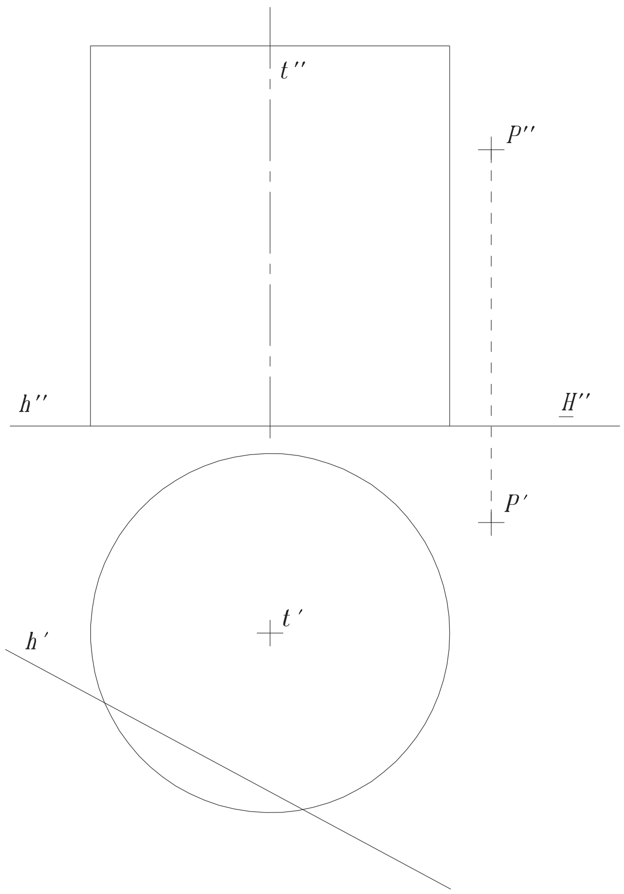
IX.2. Szerkessze meg az adott gömb és egyenes metszéspontjait, majd ábrázolja az alakzatot láthatóság szerint!





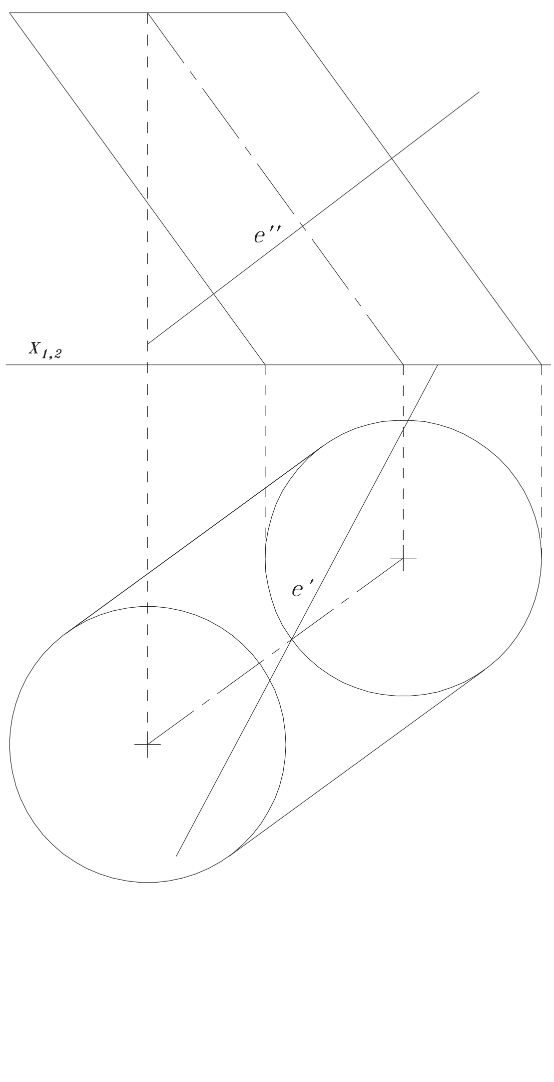
IX.3 Messe az adott gömböt a **$\underline{V_1}$** első vetítősíkkal!
Szerkessze meg a metszet

1) második képének tengelyeit,
2) **K_1** és **K_2** második kontúrpontjait,
3) azokat a **P** és **R** pontjait amelyek az **O** pontra illeszkedő profilsíkban vannak, s közülük egyikben a metszet **g** érintőjét!
4) Rajzolja meg a metszet második képét a hiperoszkuláló körök segítségével!
5) Ábrázolja láthatóság szerint a gömböt a metszettel együtt!

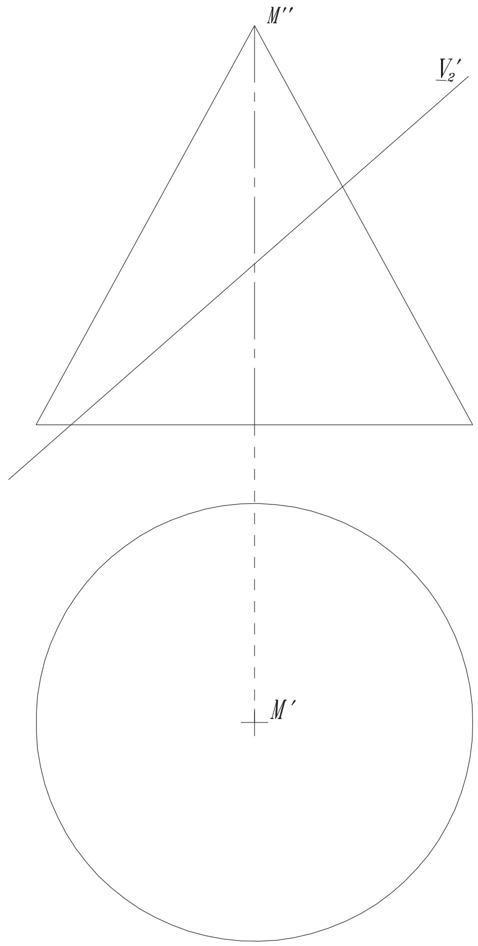


IX.4. Adott a **t** első vetítősugár tengelyű, **<u>H</u>** horizontális síkon álló forgáshenger és az **<u>S</u>**(**hP**) általános helyzetű sík. Messe a hengert az **<u>S</u>** síkkal! Szerkessze meg a metszet

1) nagy- és kistengelyének vetületeit, (a végpontokat jelölje: **U,V,W,Z**-vel)
2) a második kontúrra illeszkedő **1, 2** pontjait,
3) alapkörre illeszkedő $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ pontjait,
4) második képének **A”B”, C”D”** tengelyeit,
5) **<u>H</u>** síktól 30mm-re lévő **P** és **R** pontját s a bal oldaliban a metszet **e** érintőjét!
6) Rajzolja meg a metszet második képét!
7) Ábrázolja láthatóság szerint a hengerpalástot a metszetgörbével együtt!

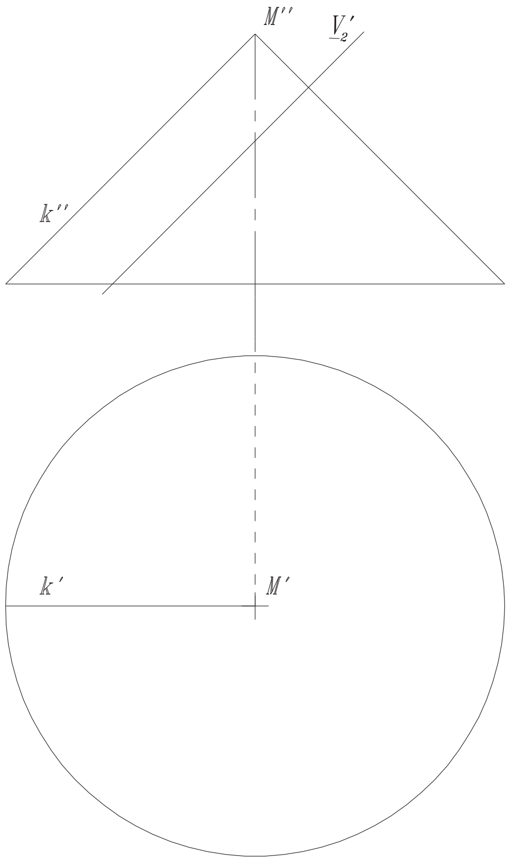


IX.5. Szerkessze meg az adott ferde körhenger és az **e** egyenes döféspontjait, majd ábrázolja az alakzatot láthatóság szerint!



IX.6. Messe az adott forgáskúpot a $\underline{V_2}$ második vetítősíkkal!
Szerkessze meg a metszet

1) **AB** nagy- és **CD** kistengelyének vetületeit,
2) alapkörre illeszkedő $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ pontját s bennük a metszet $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ érintőit,
3) profilalkotókra illeszkedő $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ pontját, s egyikben az **e** érintőt!
4) Rajzolja meg a metszet első képét a hiperoszkuláló körök segítségével!
5) Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti kúptestrészt!

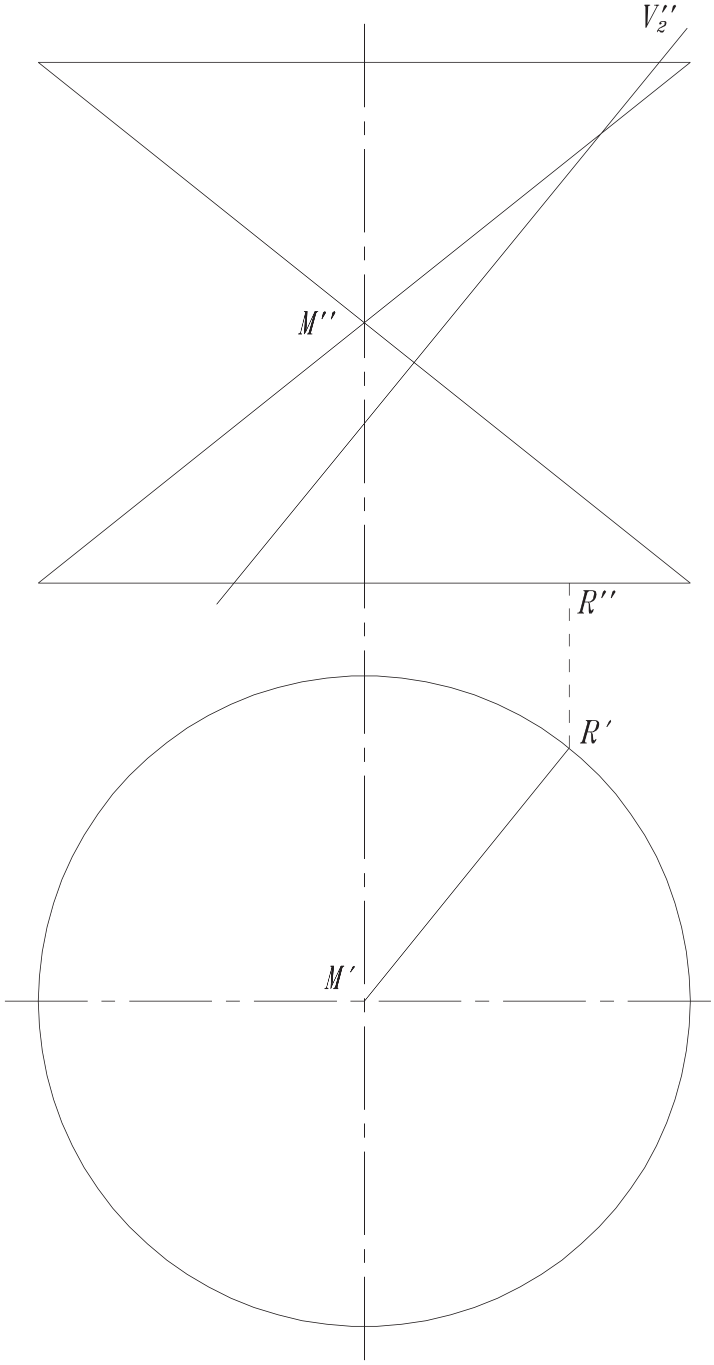


IX.7. Messe az adott forgáskúpot a $\underline{V_2}$ második vetítősíkkal! ($\underline{V_2}''$ párhuzamos **k**''-vel.)
Szerkessze meg a metszetnek

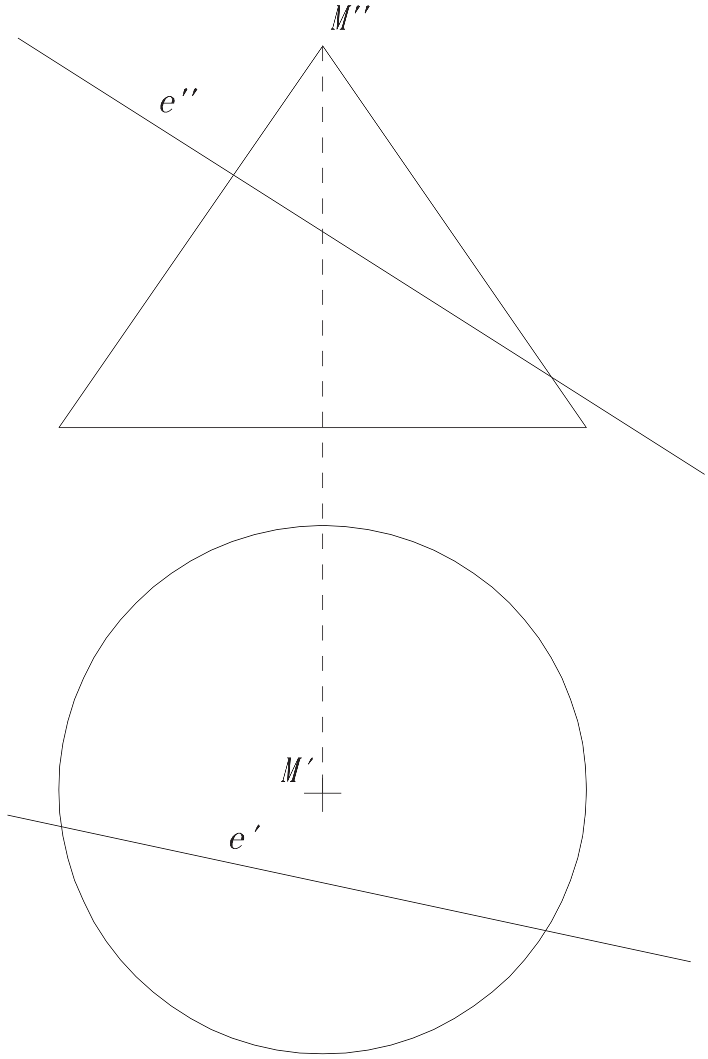
1) az alapkörre illeszkedő $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ pontját s bennük a metszet $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$ érintőit,
2) a legfelső **T** pontját (amely a parabola tengelypontja),
3) a profilalkotókra illeszkedő $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ pontját, s egyikben az **e** érintőt!
4) Jelölje **F**-el a parabola első képének fókuszát és készítse el hozzá a **d** vezéregyenest!
5) Rajzolja meg a metszet első képét a tengelypontbeli simulókör segítségével!
6) Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík közötti kúppalástrészt!

IX.8. Messe az adott forgáskúpot a **V_2** második vetítősíkkal!
Szerkessze meg a metszetnek

1) az **AB** valós tengelyét,
2) az **u** és **v** aszimptotáit,
3) a **CD** képzetes tengelyét,
4) az **MR** alkotóra illeszkedő **P** pontját és benne a metszet **e** érintőjét,
5) az alapkörre illeszkedő **A_1, A_2** pontjait, s bennük a metszet **a** és **b** érintőjét!
6) Szerkessze meg a metszet első képén a valós tengely végpontjaiban a simulóköröket, majd rajzolja meg a metszet első képét!
7) Ábrázolja láthatóság szerint a metszősíktól jobbra lévő alsó kúptestrészt!



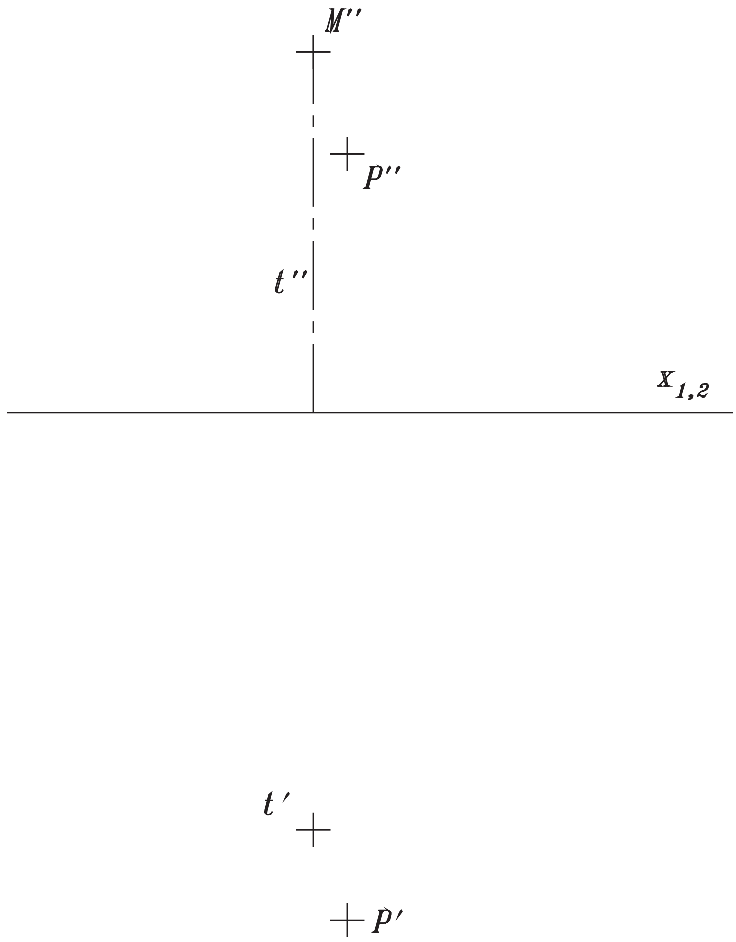
IX.9. Szerkessze meg az adott forgáskúp és **e** egyenes metszéspontjait, majd határozza meg az alakzat láthatóságát!
Az alsó metszéspontban szerkessze meg a kúp normálisát!



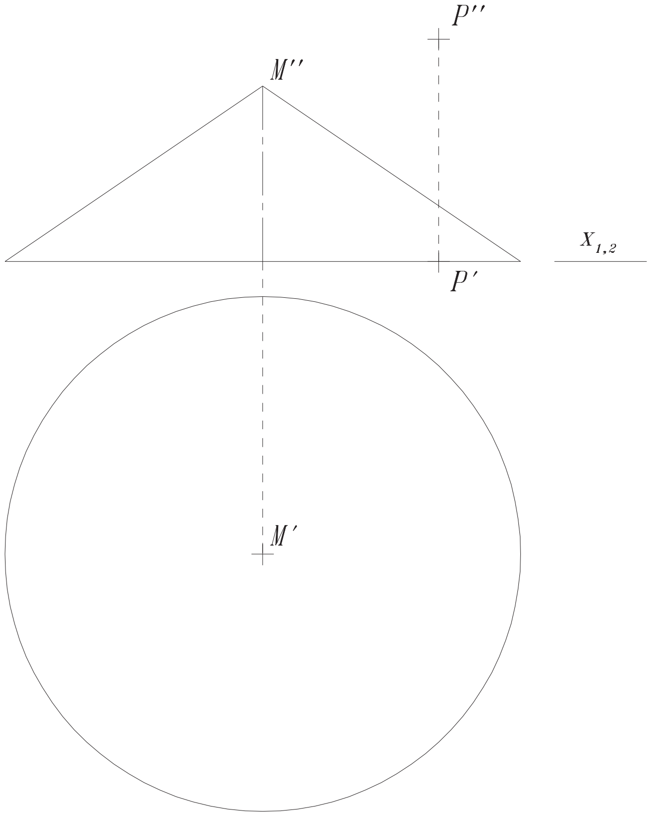
IX.10. Adott egy első képsíkon álló forgáskúpnak a **t** első vetítősugár-helyzetű tengelye, rajta **M"** a csúcspontjának második képe, és egy **P** felületi pontja**.** Ábrázolja a forgáskúpot!

A **P** pontra illesszen olyan **V** második vetítősíkot, amely a kúpot parabolában metszi! (A megoldások közül azt válassza, amelyik jobbra dől!)
Szerkessze meg a metszet

1) alapkörre illeszkedő **1, 2** pontjait,
2) legmagasabban lévő **T** pontját az érintővel,
3) profilalkotókra illeszkedő **3, 4** pontjait, s az egyikben a görbe érintőjét!
4) Rajzolja meg a metszet első képét a tengelypontbeli simulókör segítségével!
5) Szerkessze meg a metszet valódi nagyságát az első képsíkba forgatással, határozza meg ennek a parabolának az F* fókuszát, v* vezéregyenesét!



IX.11. A **P** pontra illesszen olyan második vetítősíkot, amely az adott forgáskúpot parabolában metszi!



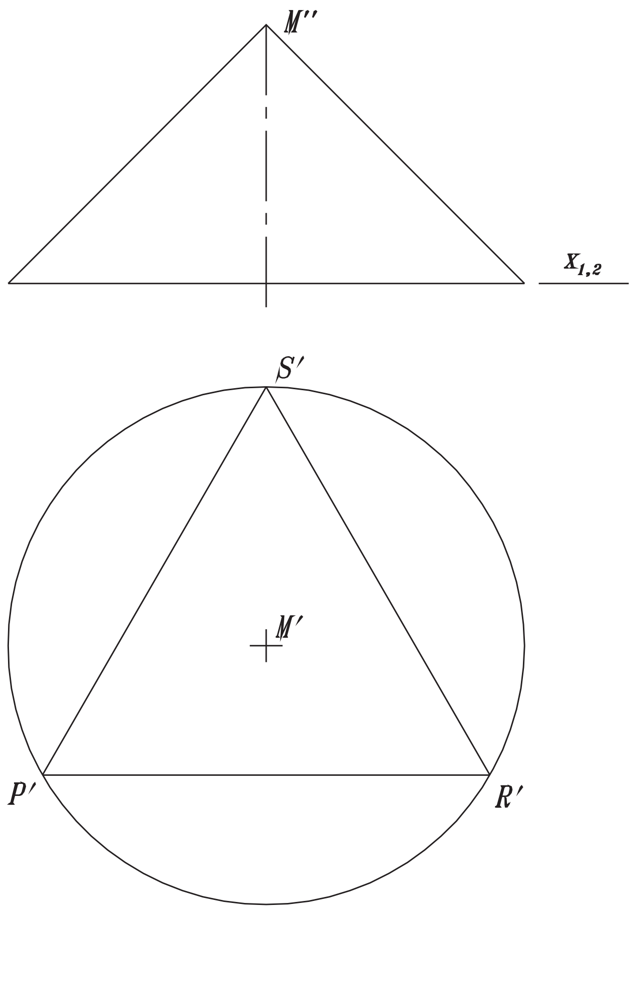
Szerkessze meg a metszet

1) alapkörre illeszkedő **1, 2** pontját,
2) legmagasabban lévő **T** pontját a **c** érintővel,
3) profilalkotókra illeszkedő **R, S** pontjait!
4) Szerkessze meg a metszet első képének **v** vezéregyenesét és **F** fókuszát!
5) Rajzolja meg a metszet első képét a hiperoszkuláló kör segítségével!
6) Ábrázolja láthatóság szerint az alapsík és a metszősík között lévő kúppalástrészt!

IX.12. Az első képsíkon álló forgáskúp alapkörébe a **PRS** csúcspontú szabályos háromszöget írtuk. Messük az adott forgáskúpot a **PR, RS, SP** oldalakra illeszkedő, a kúp tengelyével párhuzamos első vetítősíkokkal!

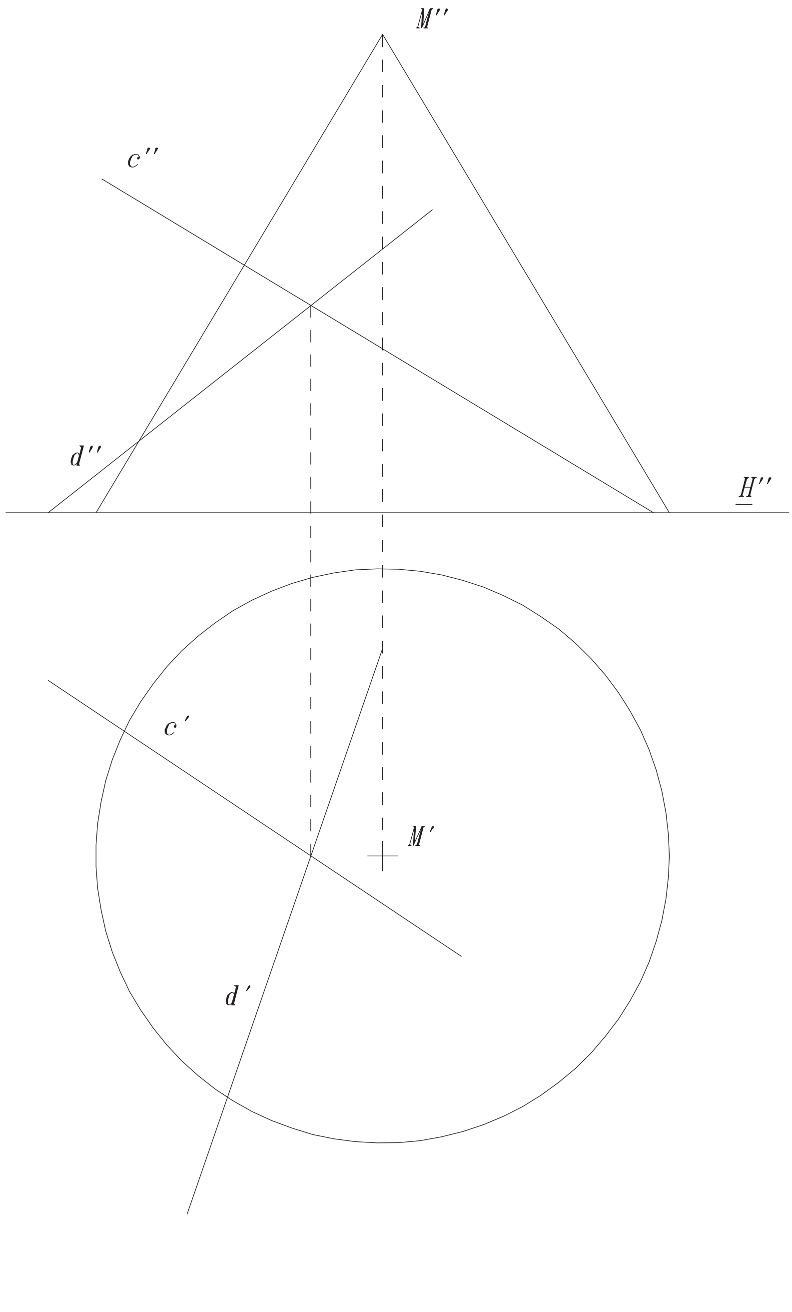
Szerkesszük meg a metszeteknek

1) az alapkörre illeszkedő pontjait,
2) az alapsíktól 11mm-re lévő pontjait, és egyikükben az érintőt,
3) a valós tengelyeit,
4) az aszimptotáit,
5) a második képén a valós tengely végpontjaiban a simulóköröket, majd rajzoljuk meg a metszetek második képét!
6) Ábrázoljuk láthatóság szerint a metszősíkok által közrezárt kúptestrészt!



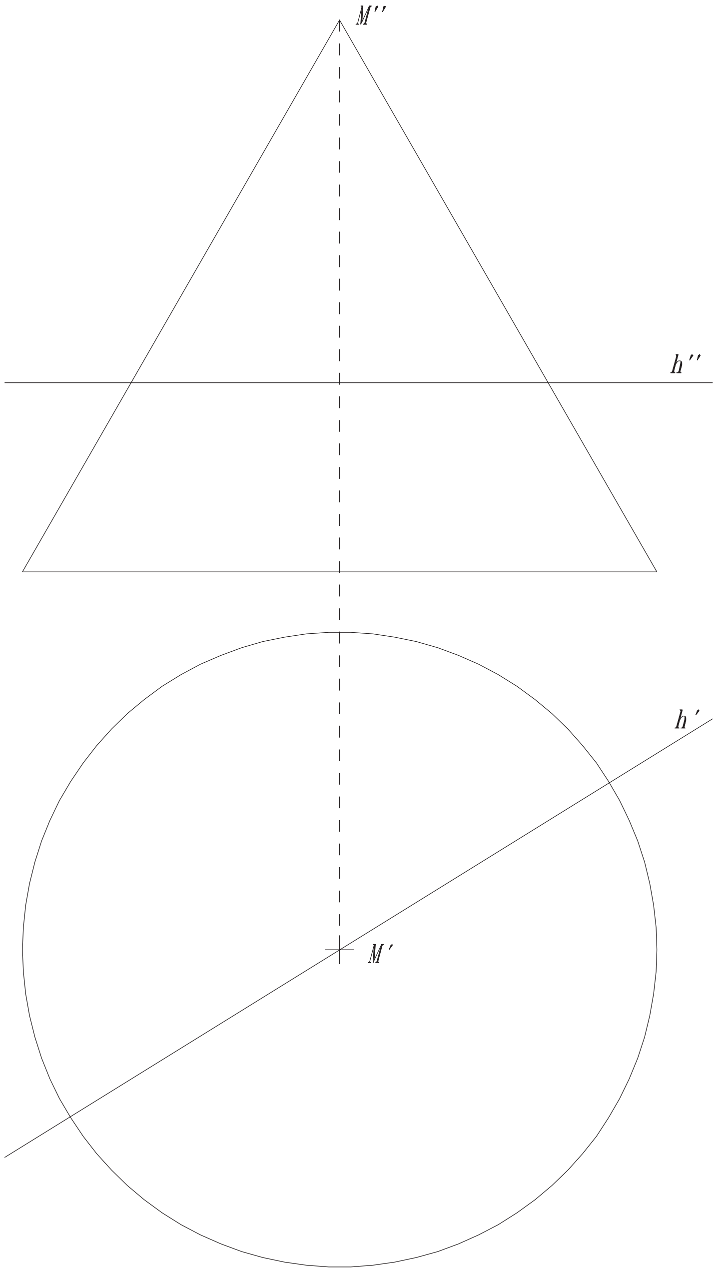
IX.13. Az adott forgáskúpot messe el a metsző egyeneseivel adott **S(cd)** síkkal!
Szerkessze meg a kúpszelet

1) **AB** nagy- és **CD** kistengelyének az első és második képét,
2) $\mathbf{K_1}$ és $\mathbf{K_2}$ második kontúrpontjait,
3) második képének **EF** nagy- és **GH** kistengelyét,
4) profilalkotókra illeszkedő $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$ pontját, s az elülsőben az **e** érintőt!
5) Rajzolja meg a metszet vetületeit (az első képét a hiperoszkuláló körök segítségével)!
6) Ábrázolja láthatóság szerint a kúpot a rajta lévő metszettel együtt!



IX.14. Messe az adott forgáskúpot a **h** horizontális egyenesre illeszkedő dőlt síkkal parabolában! Szerkessze meg a metszetnek

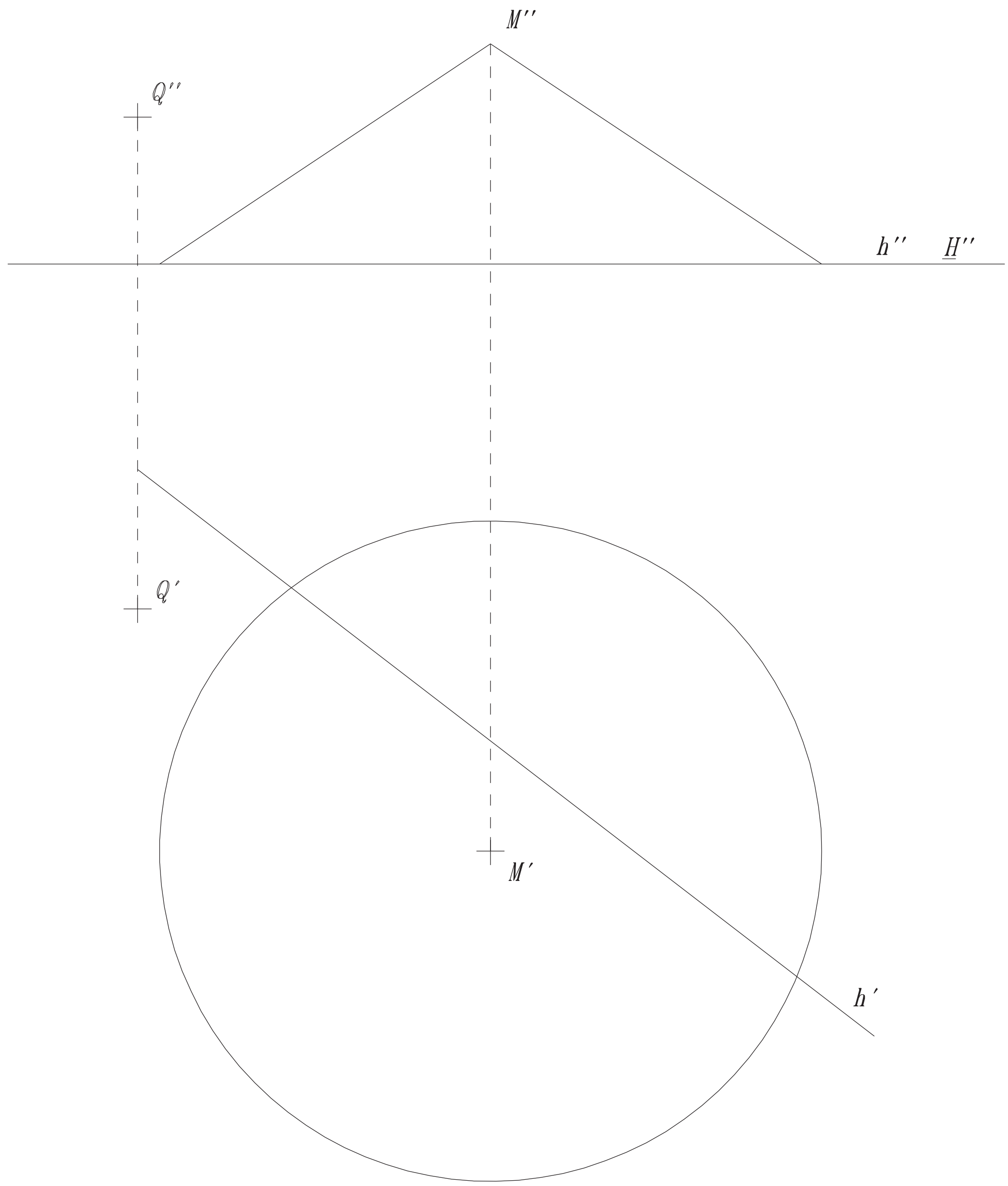
1) az alapkörre illeszkedő **A, B** pontját s bennük a metszet **a** és **b** érintőjének vetületeit,
2) a legmagasabban lévő **C** pontját (tengelypontját) és benne a **c** érintőt,
3) a **K** második kontúrpontját,
4) a **h** egyenesre illeszkedő **H** és **I** pontját, s egyikben az **e** érintőt!
5) Szerkessze meg a parabolametszet **t** tengelyének vetületeit, a parabola második képének $\mathbf{F_2}$ fókuszát, $\mathbf{v_2}$ vezéregyenesét!
6) Rajzolja meg a metszet vetületeit (az első képét a hiperoszkuláló kör segítségével)!
7) Ábrázolja láthatóság szerint a kúpot a metszettel együtt!



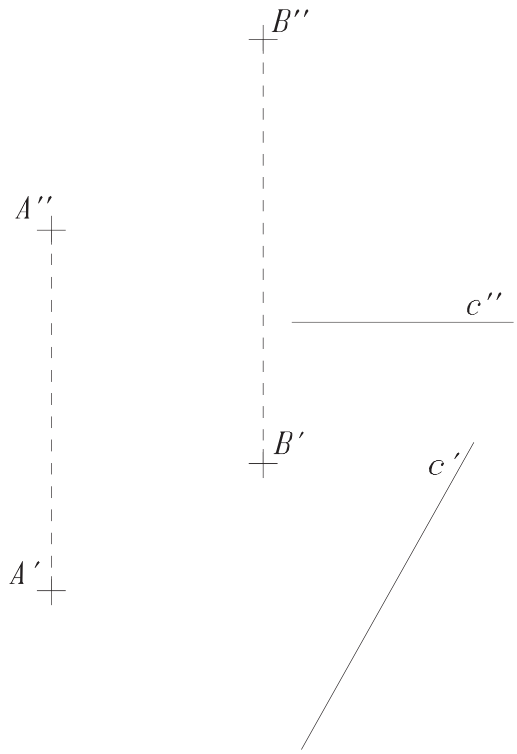
IX.15. A **H** horizontális síkon álló forgáskúpot messe az **S**(**hQ**) síkkal!

Szerkessze meg a metszet

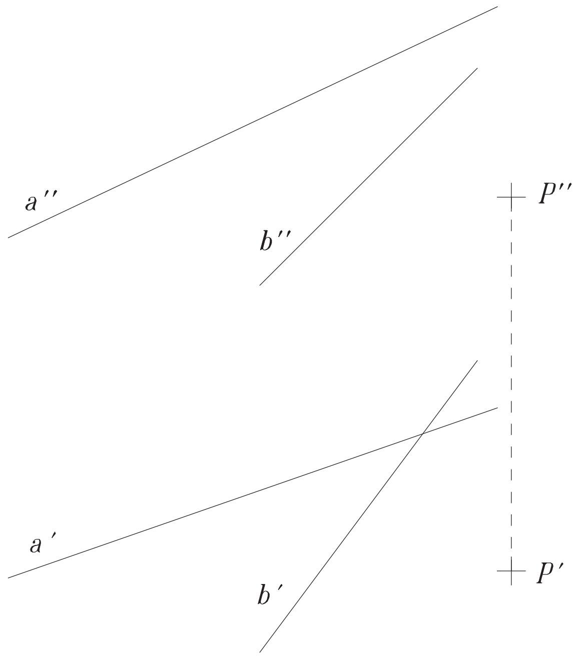
1) alapkörre illeszkedő $\mathbf{A_1}$, $\mathbf{A_2}$ pontjait, a valós tengelyének **A, B** végpontjait, **u** és **v** aszimptotáit, képzetes tengelyének **C, D** végpontjait,
2) **K** második kontúrpontját és az elülső profilalkotóra illeszkedő **E** pontját,
3) **H** sík fölött 15mm magasan lévő **P** és **R** pontját s egyikben a **g** érintőt!
4) Rajzolja meg a metszet vetületeit (az első képét a hiperoszkuláló kör segítségével)!
5) Ábrázolja láthatóság szerint a kúptestnek a metszősík mögötti részét!



X.1. Adott az **A** és **B** pont valamint a **c** egyenes. Szerkessze meg annak az egyenlőszárú háromszögnek a vetületeit, amelynek az alapon lévő két csúcsa **A** és **B**, a szárak metszéspontja pedig illeszkedik a **c** egyenesre!

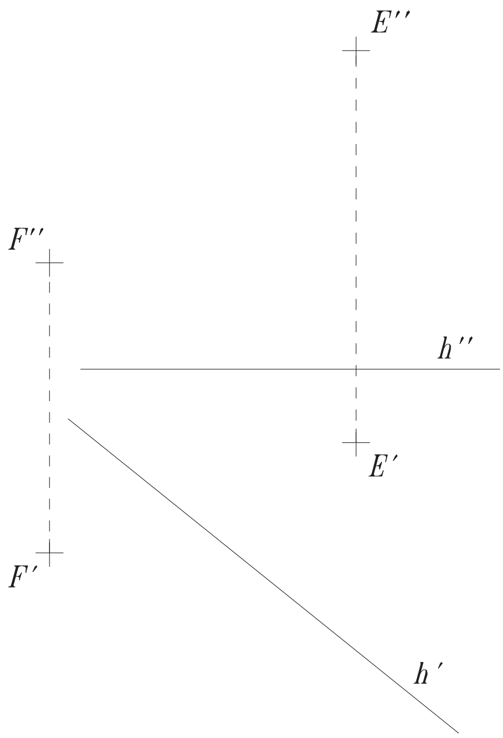


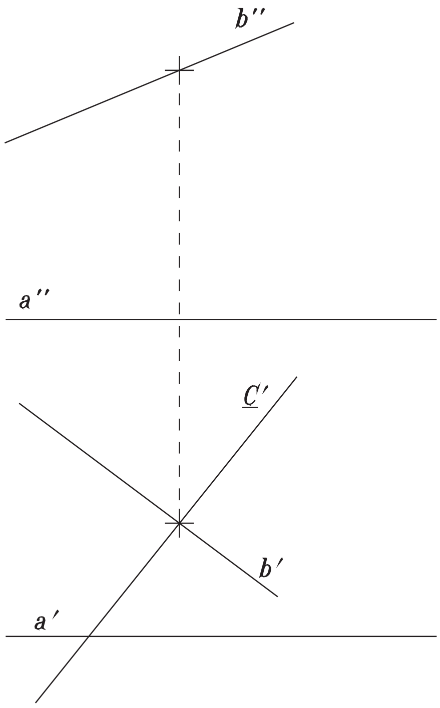
X.2. Adott a **P** pont valamint az **a** és **b** egyenes. Szerkessze meg azt a **g** egyenest, amely illeszkedik a **P** pontra, metszi az **a** egyenest és merőleges a **b** egyenesre!



X.3. Adott az **E** és **F** pont és a **h** egyenes. Szerkessze meg

1) a **h** egyenesnek azokat az **X** és **Y** pontjait, amelyek az **E** ponttól 50mm-re vannak,
2) a **h** egyenest metsző azon **y** és **z** egyeneseket, amelyek illeszkednek az **F** pontra és az első képsíkkal 30º-os szöget zárnak be!



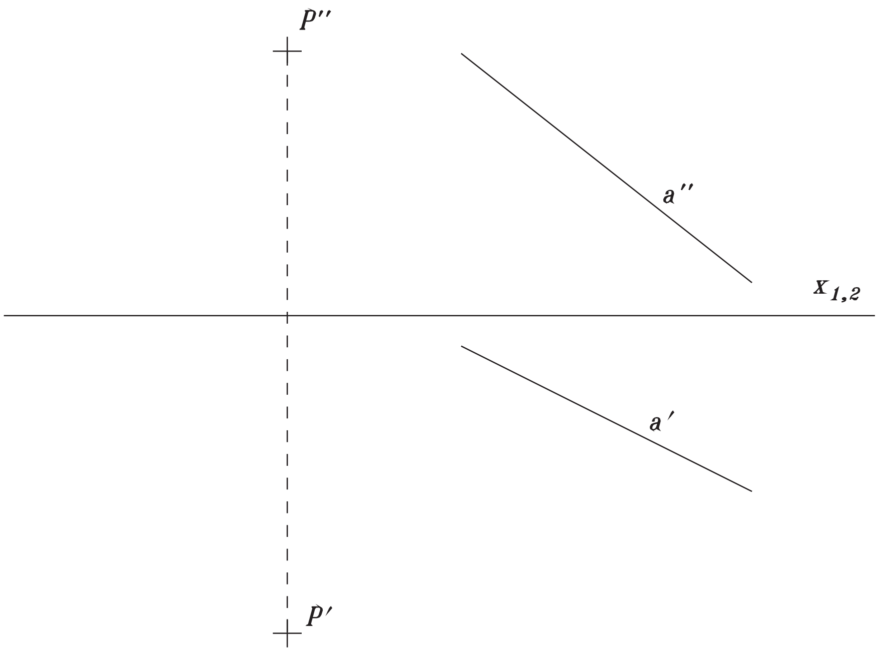


X.4. Szerkesszen olyan **x** és **y** egyeneseket, amelyekre teljesülnek az alábbi feltételek:

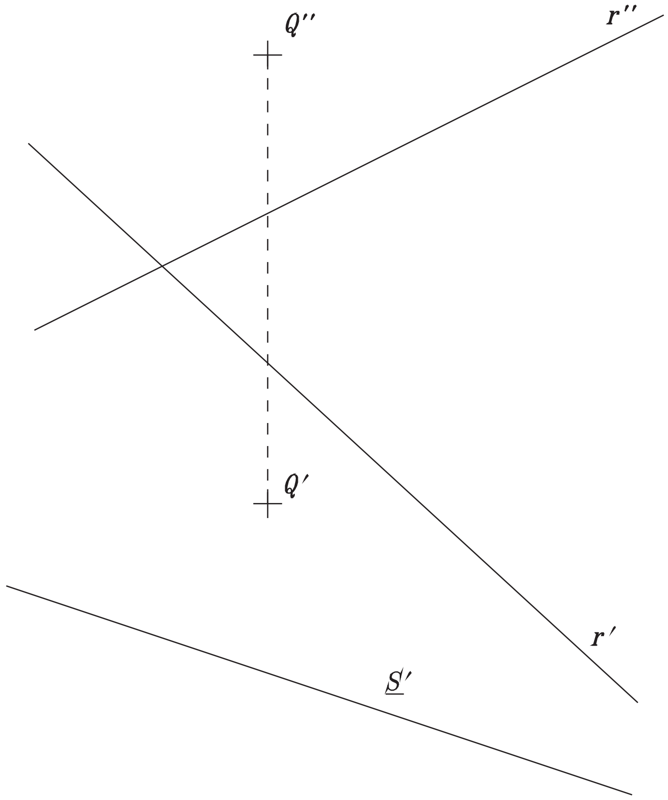
1) az **a** egyenestől 20mm-re vannak,
2) metszik a **b** egyenest,
3) illeszkednek a **C** első vetítősíkra!

(Vizsgálja meg miként függ a szerkesztés menete a feltételek figyelembevételének sorrendjétől, majd tetszőleges felvételt feltételezve, végezzen diszkussziót a megoldások számát illetően!)

X.5. Adott a **P** pont és az **a** egyenes. Szerkessze meg olyan **S** síknak az $\mathbf{n_1}$ első és $\mathbf{n_2}$ második nyomvonalát, amely illeszkedik a **P** pontra, párhuzamos az **a** egyenessel és az első képsíkkal α=45°-os szöget zár be!



X.6. Metsző egyenesekkel ábrázolja azokat az **X** és **Y** síkokat, amelyekre egyidejűleg teljesülnek az alábbi feltételek: illeszkednek a **Q** pontra, párhuzamosak az **r** egyenessel s az **S** első vetítősíkkal 30º-os szöget zárnak be!



X.7. Adja meg az alábbi térelemek közül azokat, amelyek az előírt a)...g) variáció megszerkesztéséhez szükségesek: **P, R** pont; **g** általános, **h** horizontális egyenes; t, s távolság; α szög.
Szerkessze meg:

a) a **g** egyenes azon pontjait, amelyek a **P** ponttól t távolságra vannak,
b) a **g** egyenes azon pontjait, amelyek a **h** egyenestől s távolságra vannak!

Szerkesszen olyan egyenest, amely

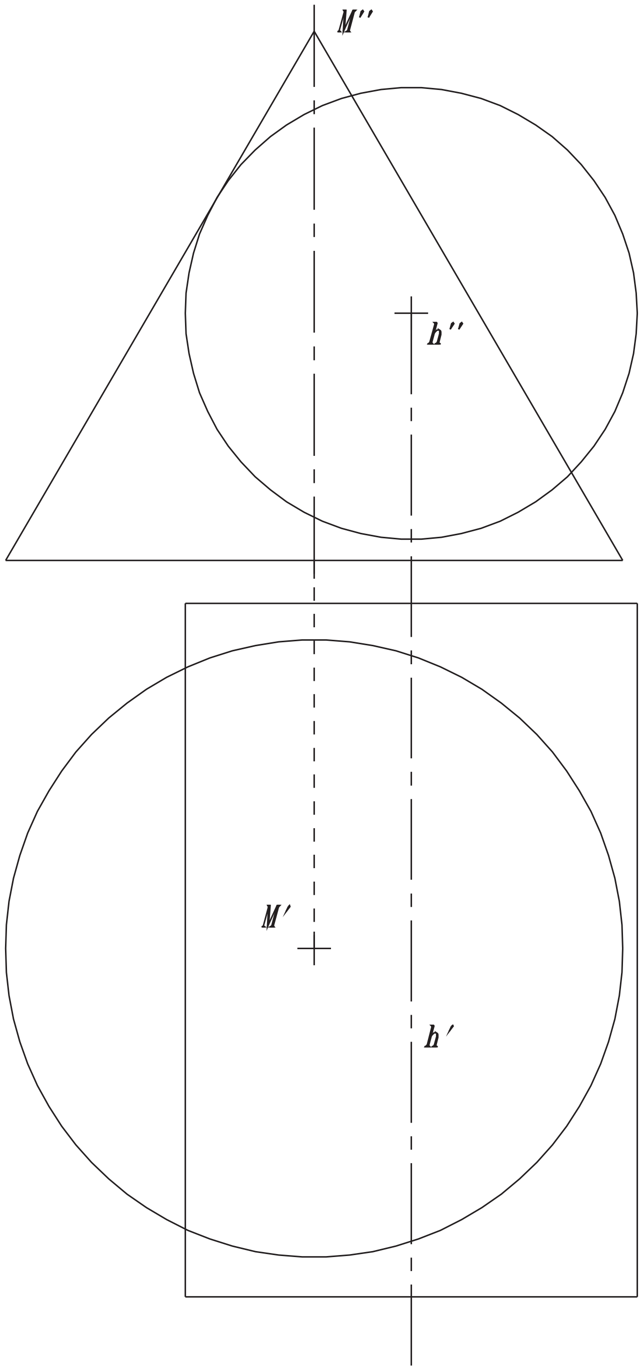
c) illeszkedik az **R** pontra, a **P** ponttól való távolsága t és horizontális síkkal párhuzamos,
d) illeszkedik az **R** pontra, a **h** egyenestől való távolsága s és profilsíkkal párhuzamos,
e) illeszkedik a **P** pontra, párhuzamos a második képsíkkal és a **h** egyenessel bezárt szöge α!

Ábrázoljon olyan síkot, amely

f) illeszkedik az **R** pontra, párhuzamos a **h** egyenessel és a **P** ponttól való távolsága t,
g) illeszkedik a **P** pontra, első képsíkszöge α és párhuzamos a **g** egyenessel!

XI.1. Szerkessze meg az adott forgáskúp és forgáshenger áthatásának:

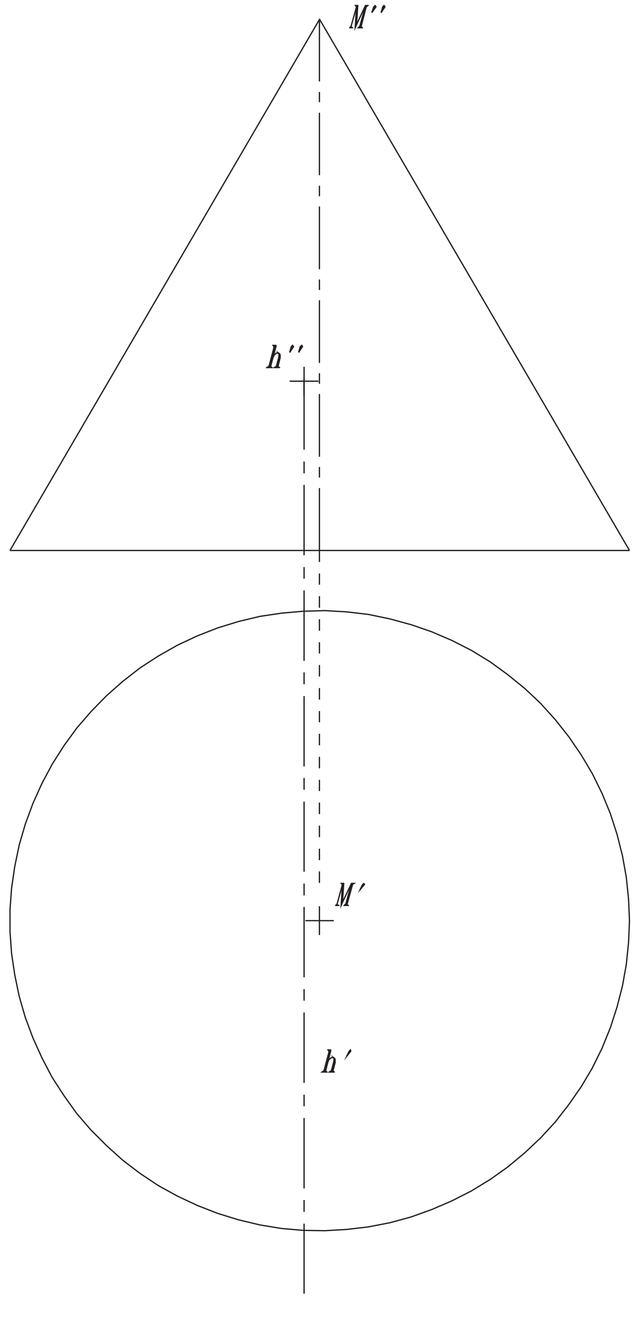
1) a kontúrpontjait,
2) azokat a pontjait az érintővel, amelyekben hengeralkotó az érintő,
3) az önmetszéspontját,
4) a legalsó pontjait,
5) a kúp profilalkotóira illeszkedő pontjait, s közülük a leghátsóban a görbe érintőjét!
6) Rajzolja meg az áthatási görbe első képét!
7) Ábrázolja a henger elhagyása után keletkező kúppalástot láthatóság szerint!



XI.2. Az adott forgáskúphoz vegyen fel olyan **h** tengelyű forgáshengert, hogy az áthatásuknak legyen önmetszéspontja és kúpalkotó érintője!

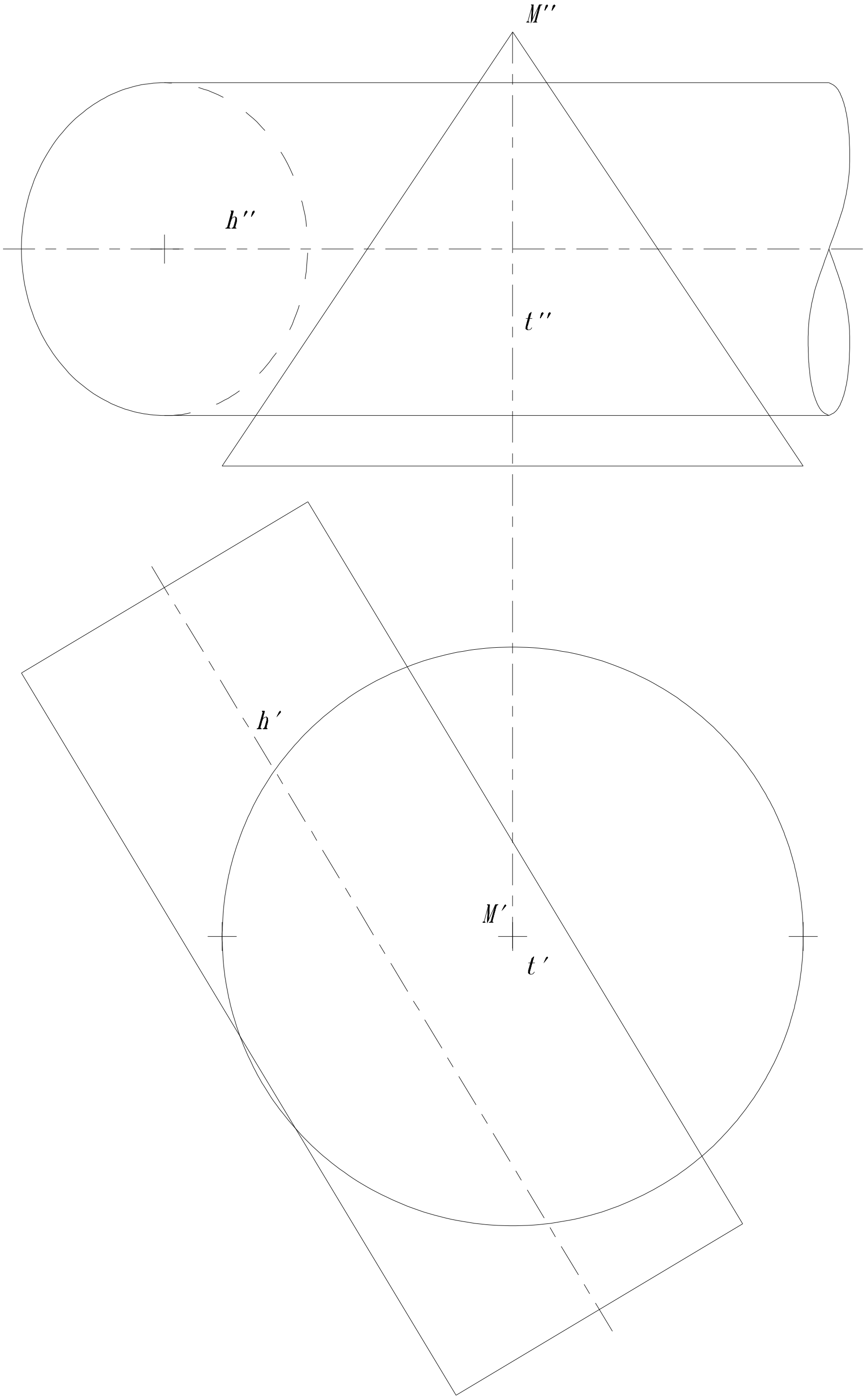
Szerkessze meg az áthatási görbe:

1) a kontúrpontjait,
2) azokat a pontjait az érintővel, amelyekben kúpalkotó az érintő,
3) az önmetszéspontját,
4) a legalsó pontjait,
5) néhány általános pontját, s közülük egyikben a görbe érintőjét!
6) Rajzolja meg az áthatási görbe első képét!
7) Ábrázolja a hengeren kívüli kúptestet láthatóság szerint!



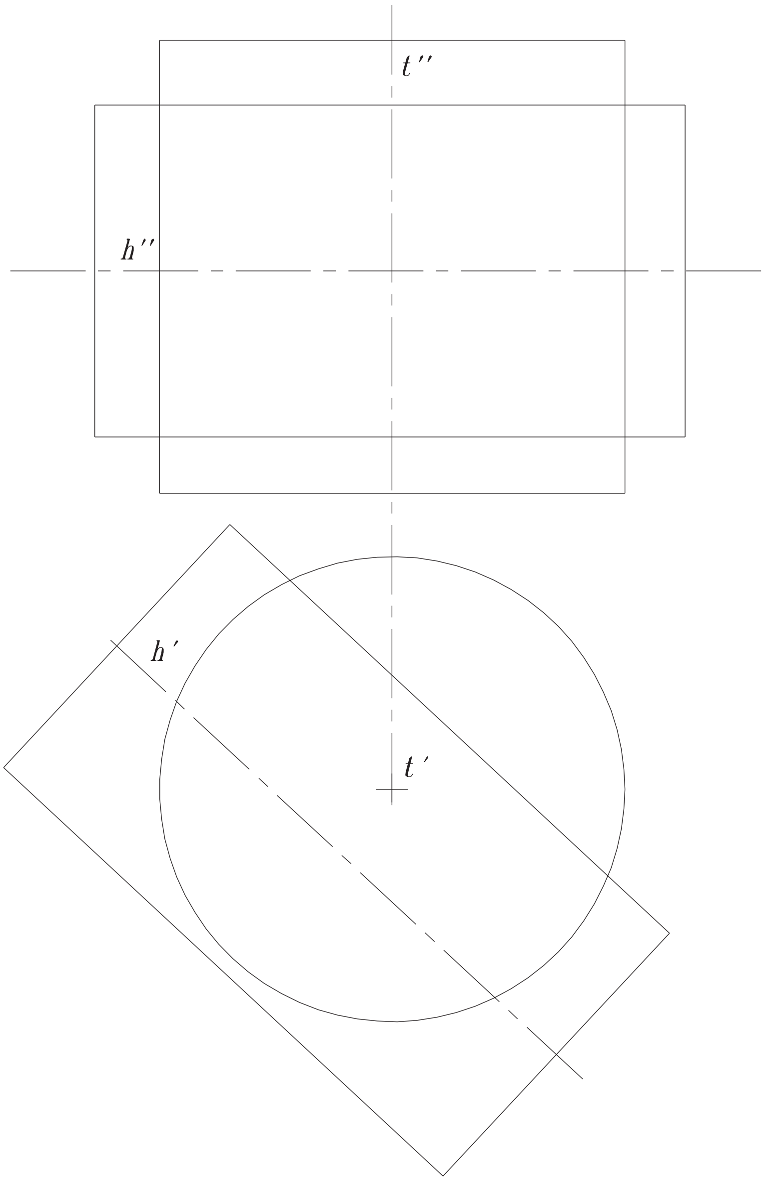
XI.3. Szerkessze meg az adott forgáskúp és forgáshenger áthatási görbéjének

1) a kontúrpontjait,
2) azon pontjait az érintővel, amelyekben az érintő kúpalkotó vagy hengeralkotó,
3) néhány általános helyzetű pontját, s egyikben az érintőt!
4) Rajzolja meg az áthatási görbe képeit, majd ábrázolja láthatóság szerint a kúptestnek a hengeren kívüli részét!

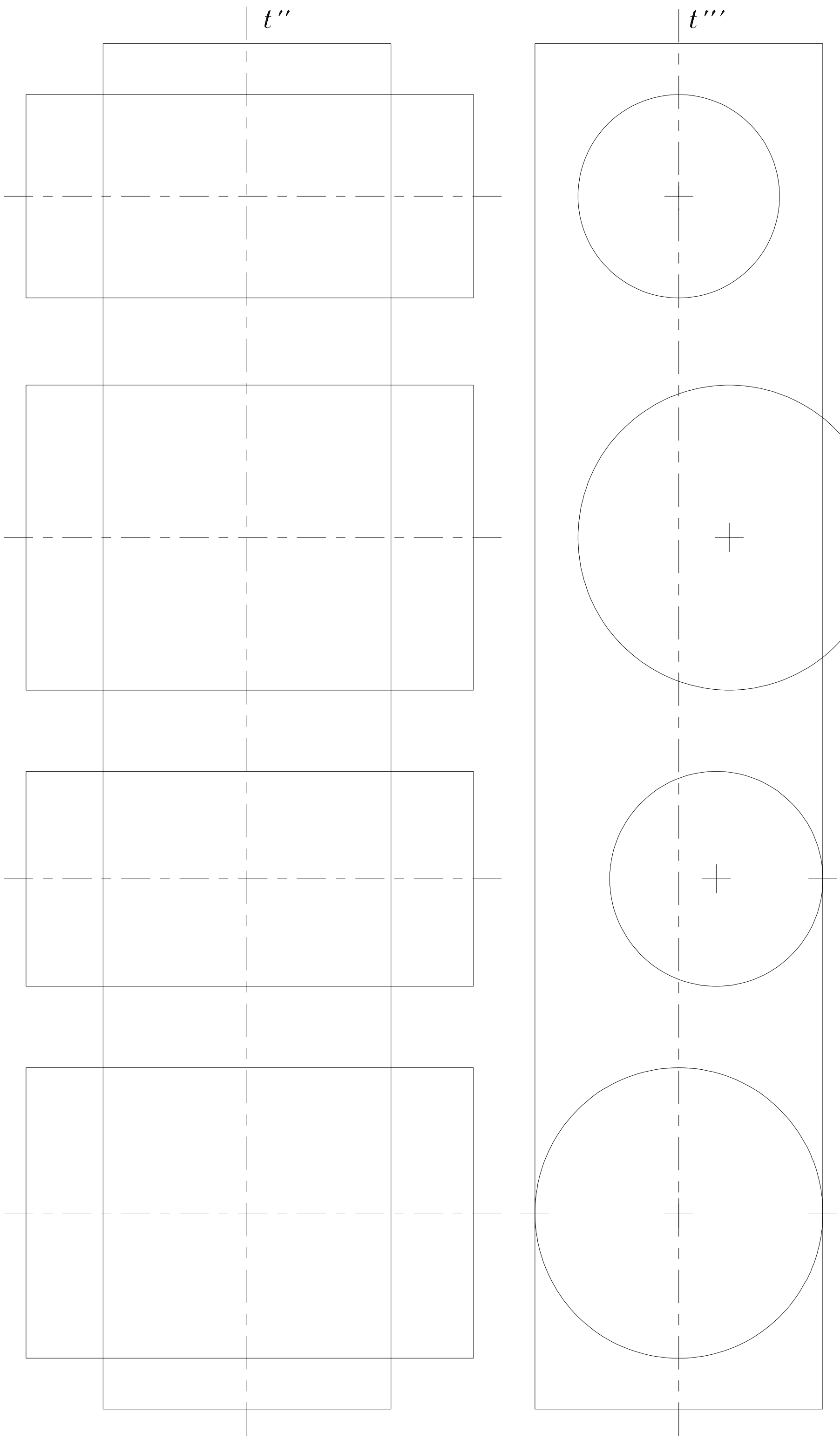


XI.4. Szerkessze meg az adott hengerek áthatási görbéjének

1) a kontúrpontjait,
2) azon pontjait az érintővel, amelyekben hengeralkotók az érintők,
3) néhány általános pontját, s az egyikben a görbe érintőjét!
4) Rajzolja meg az áthatási görbe második képét, majd ábrázolja láthatóság szerint a vetítő hengerpalástnak a másik hengeren kívüli részét!

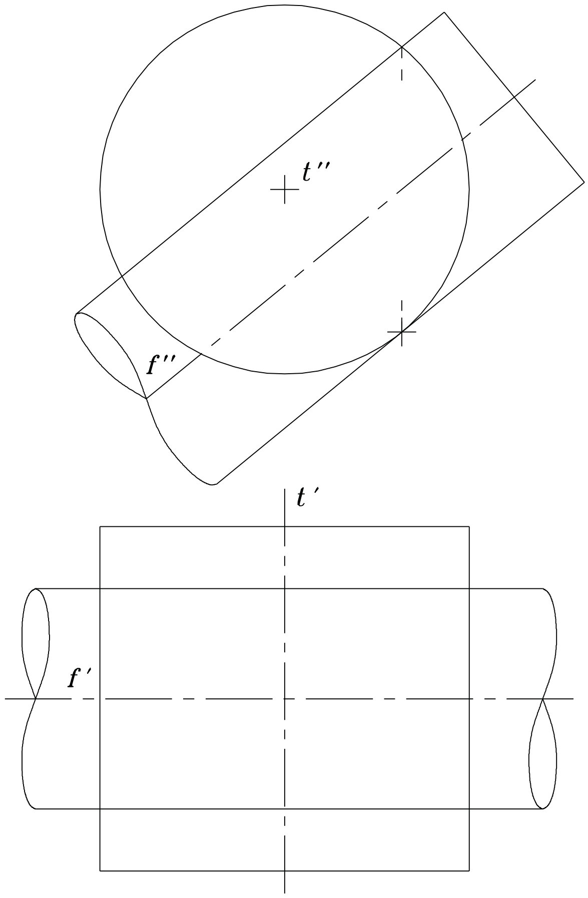


XI.5. Határozza meg a **t** tengelyű forgáshengernek a rá merőleges tengelyű forgáshengerekkel az áthatását! Szerkessze meg az áthatási görbéknek a kontúrpontjait, önmetszéspontját (ha van), azon pontjait az érintővel, amelyekben az érintő hengeralkotó, néhány általános helyzetű pontját, egyikben az érintőt! Rajzolja meg az áthatási görbék képeit, figyelje meg az áthatási görbék változását!

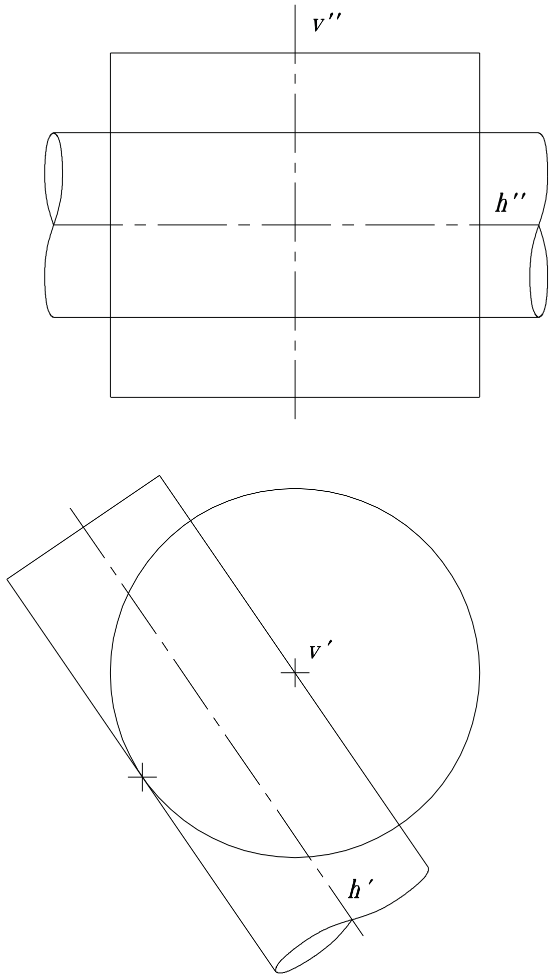


XI.6-7-8. Az alább adott forgáshengerpárok esetében szerkessze meg az áthatási görbék, illetve vetületeik kontúrpontjait, szinguláris pontjait, azon pontjait az érintővel, amelyekben az érintő hengeralkotó! Rajzolja meg az áthatási görbék vetületeit! Ábrázolja láthatóság szerint a hengertestek egyesítésével keletkező alakzatot!

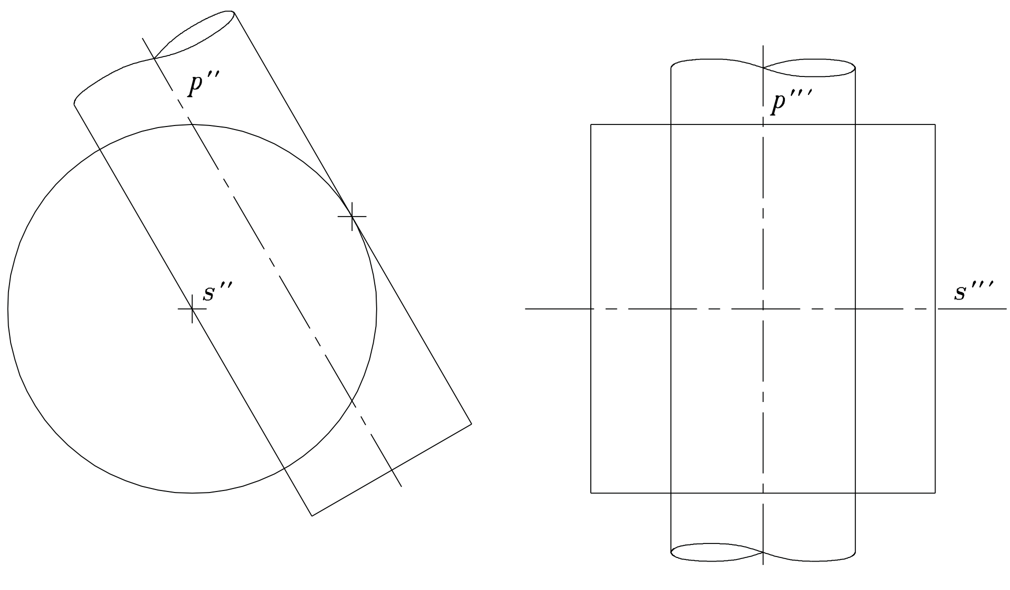
XI.6.



XI.7.

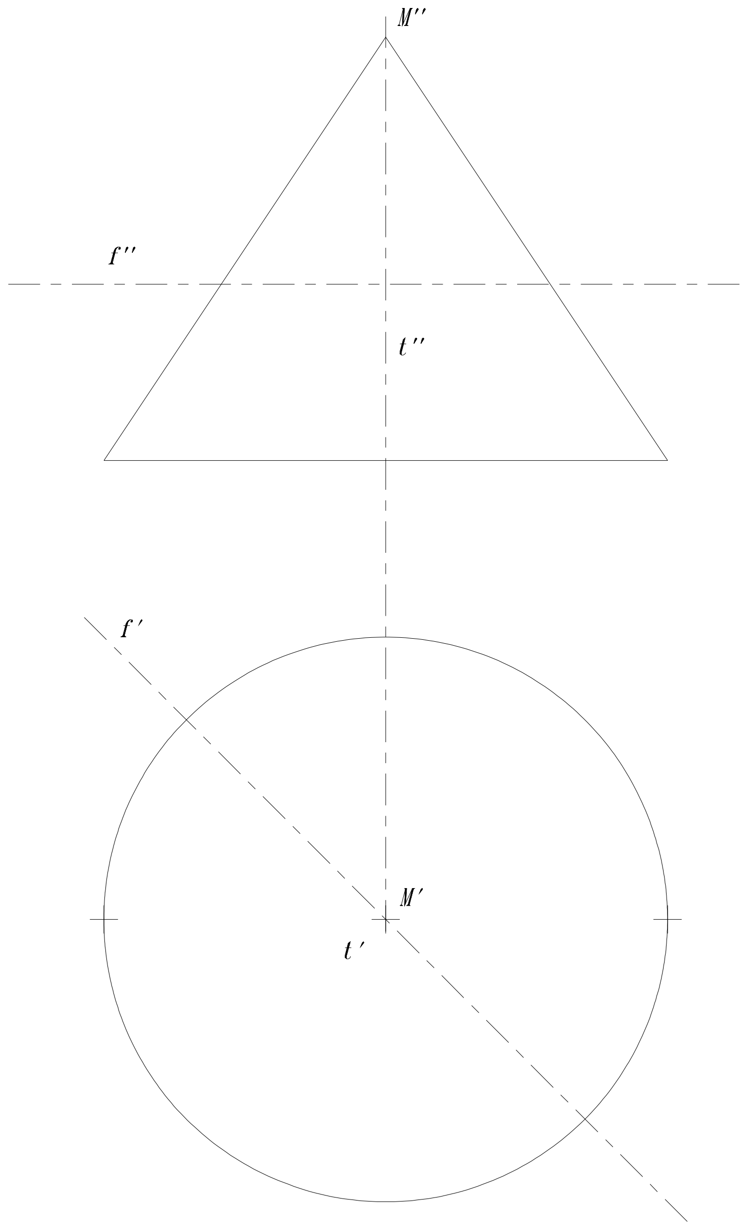


XI.8.



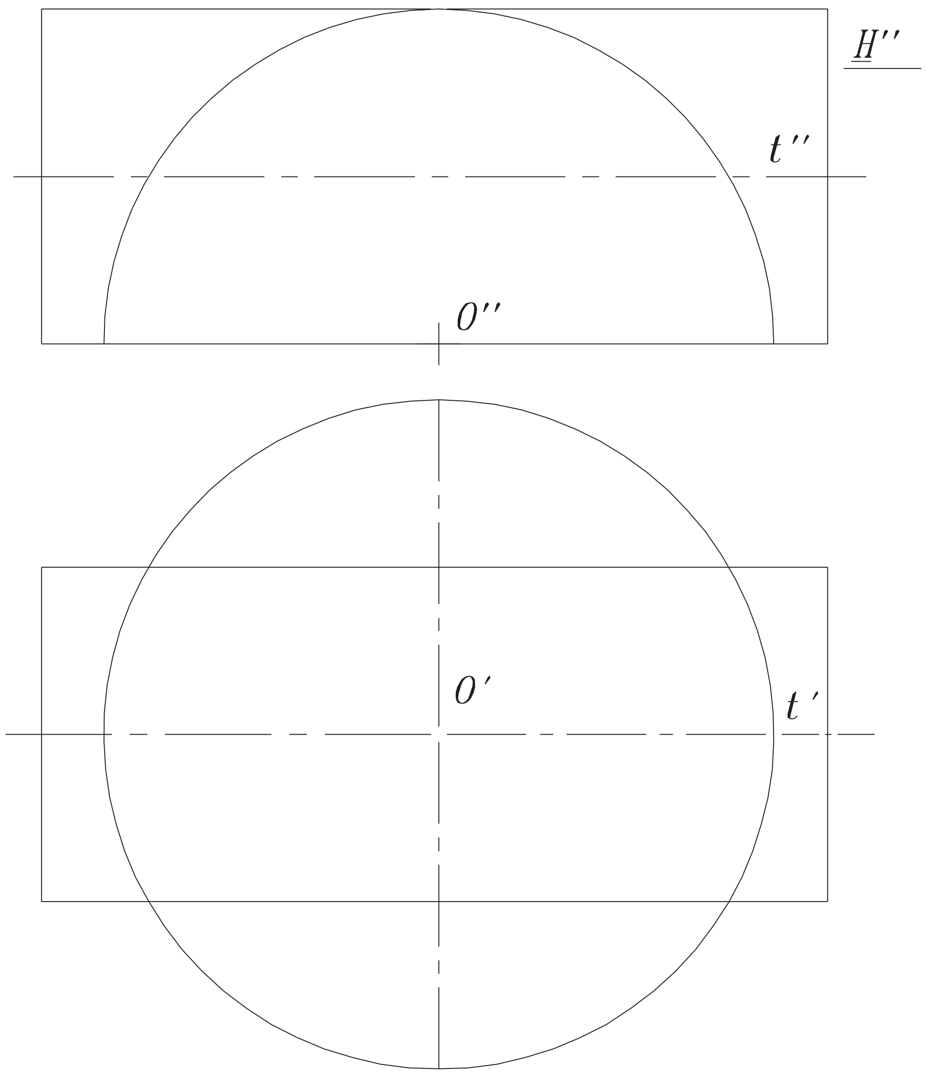
XI.9. Az adott forgáskúphoz vegyen fel olyan **f** tengelyű forgáshengert, hogy az áthatásuknak legyen két önmetszéspontja! Szerkessze meg az áthatási görbe

1) kontúrpontjait,
2) önmetszéspontjait,
3) néhány általános helyzetű pontját, s egyikben az érintőt,
4) a széteső áthatás ellipsziseinek a tengelyeit!
5) Rajzolja meg az áthatási görbe vetületeit, majd ábrázolja láthatóság szerint a két felület egyesítésével keletkező alakzatot!



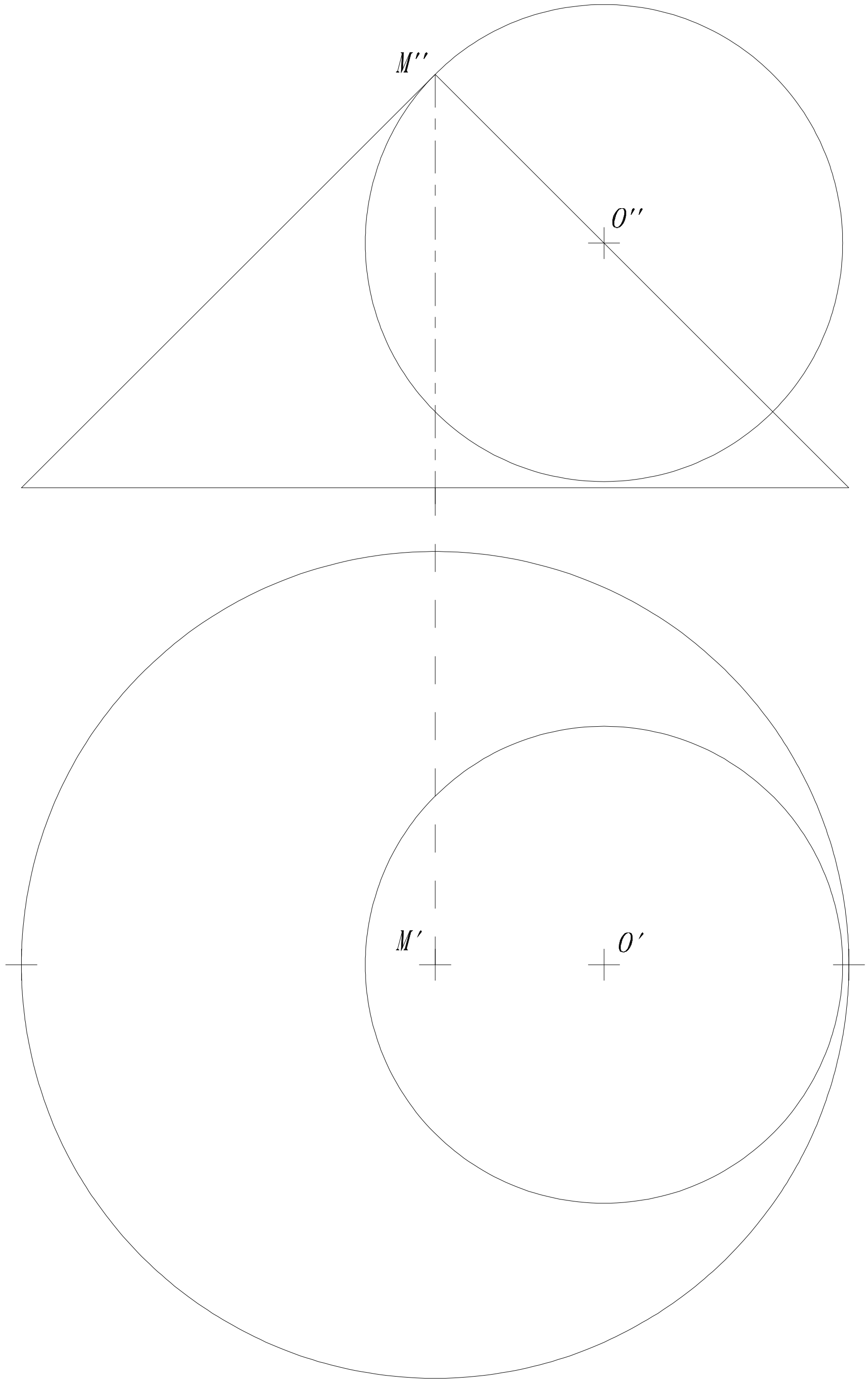
XI.10. Szerkessze meg az adott félgömb és forgáshenger áthatási görbéjének (Viviani-görbe)

1) a gömb első kontúrjára illeszkedő **1, 2** pontjait,
2) a henger első kontúrjára illeszkedő **3, 4, 5, 6** pontjait,
3) a **7-**el jelölendő különleges pontját,
4) a **<u>H</u>** síkra illeszkedő **P, Q, R, S** pontjait!
5) Rajzolja meg az áthatási görbe első és második képét!
6) Ábrázolja láthatóság szerint az áthatás után keletkező hengertestet, ha a félgömböt és a közös részt eltávolítjuk!



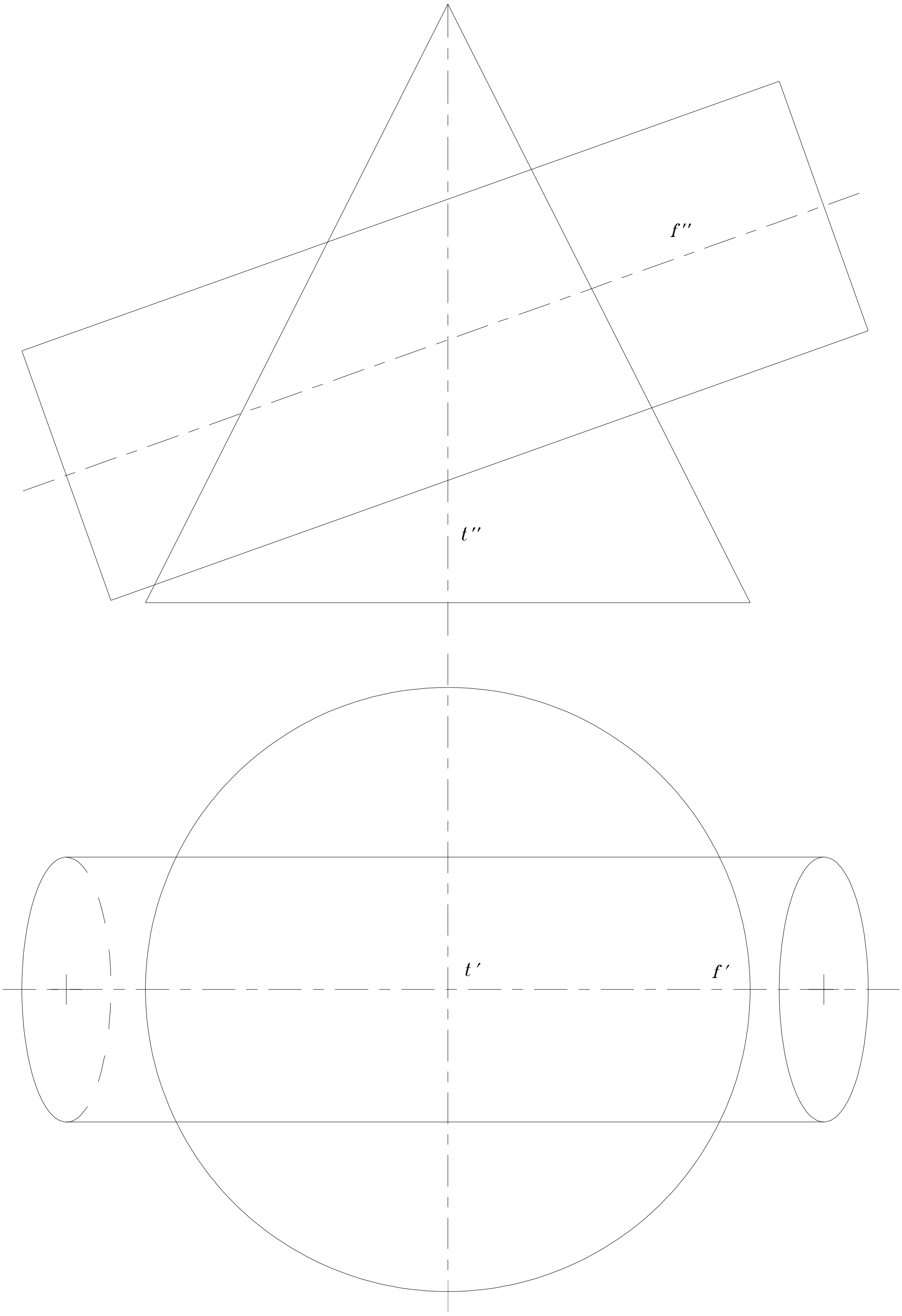
XI.11. Adott egy vízszintes síkon álló 45°-os félnyílásszögű forgáskúp és egy gömb, amely a kúpot a csúcspontjában érinti. Szerkessze meg áthatási görbéjüknek

1) a kontúrpontjait,
2) a szinguláris pontját (csúcspontját) az érintővel,
3) a leginkább balra eső pontjait, amelyekben profilegyenes az érintő,
4) néhány általános helyzetű pontját, s egyikben az érintőt!
5) Rajzolja meg az áthatási görbe képeit, majd ábrázolja láthatóság szerint a kúppalástnak a gömbön kívüli részét!



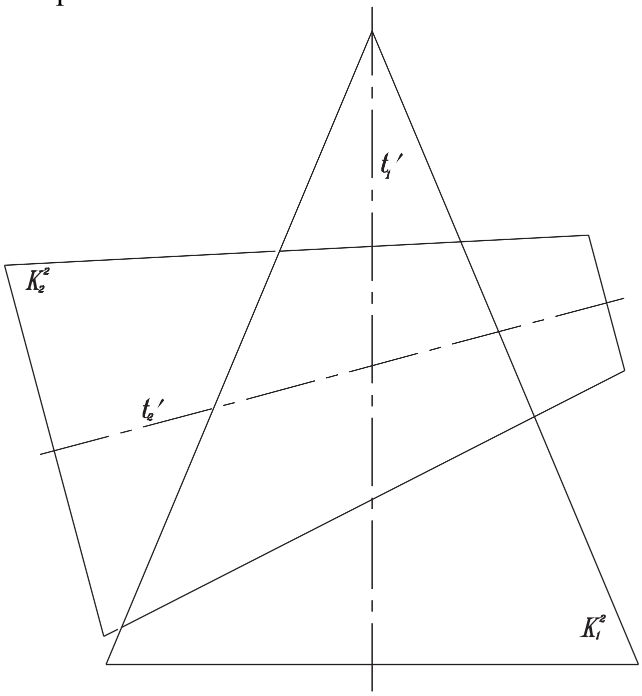
XI.12. Szerkessze meg az adott metsző tengelyű, közös frontális szimmetriasíkkal rendelkező forgáshenger és forgáskúp áthatási görbéjének

1) a kontúrpontjait, s az egyikben az érintőt,
2) a kettősvetületén a hiperbola tengelyeit és aszimptotáit,
3) néhány általános helyzetű pontját, s az egyikben az érintőt!
4) Ábrázolja láthatóság szerint a két test egyesítésével keletkező alakzatot!



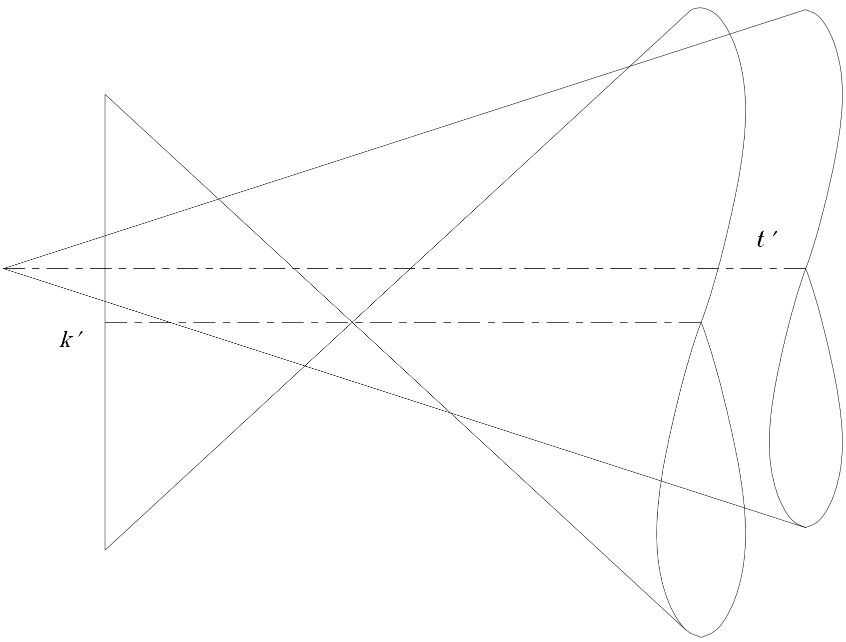
XI.13. Két metsző tengelyű forgáskúpnak csak az első képe adott úgy, hogy a közös szimmetriasíkjuk horizontális helyzetű. Készítse el áthatásuk kettősvetületét!
Szerkessze meg az áthatási görbe

1) azon pontjait az érintővel, amelyekben paralelkör érinti az áthatási görbét,
2) kontúrpontjait, kettősvetületének aszimptotáit,
3) néhány további pontját, s egyikben az érintőt!
4) Rajzolja meg az áthatási görbe első képét!



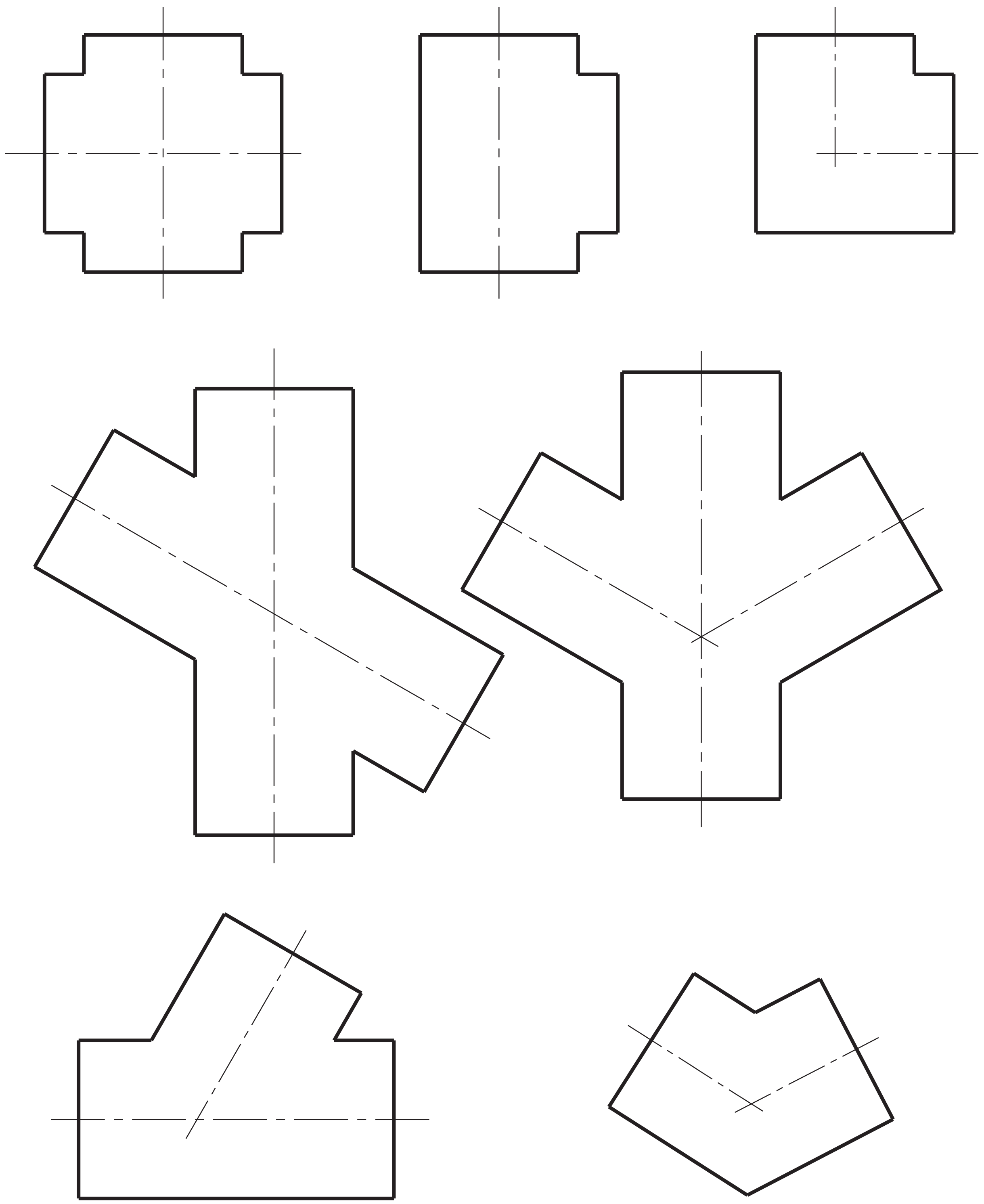
XI.14. Két párhuzamos tengelyű forgáskúpnak csak az első képe adott úgy, hogy a közös szimmetriasíkjuk horizontális helyzetű. Készítse el áthatásuk kettősvetületét! Szerkessze meg az áthatási görbe

1) kontúrpontjait,
2) a parabola kettősvetületének fókuszát, tengelyét, vezéregyenesét,
3) néhány általános pontját, s egyikben az érintőt!
4) Rajzolja meg az áthatási görbe első képét!



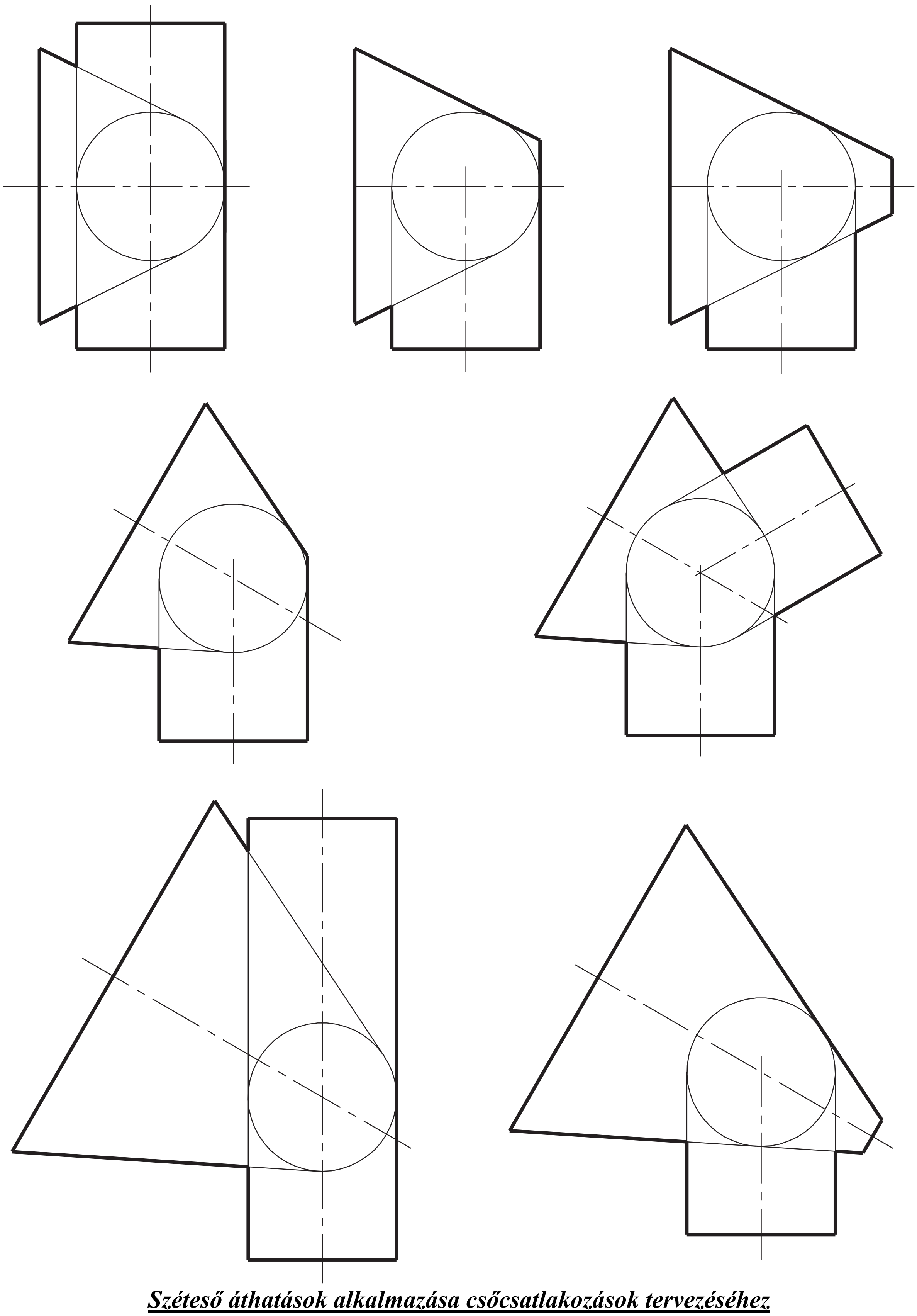
Széteső áthatások alkalmazása csőidomok tervezéséhez

XI.15. Szerkessze meg az adott egyenlő sugarú, metsző tengelyű forgáshengerekből összeállított hengeres csőidomok széteső áthatásainak kettősvetületét!



Széteső áthatások alkalmazása csőidomok tervezéséhez

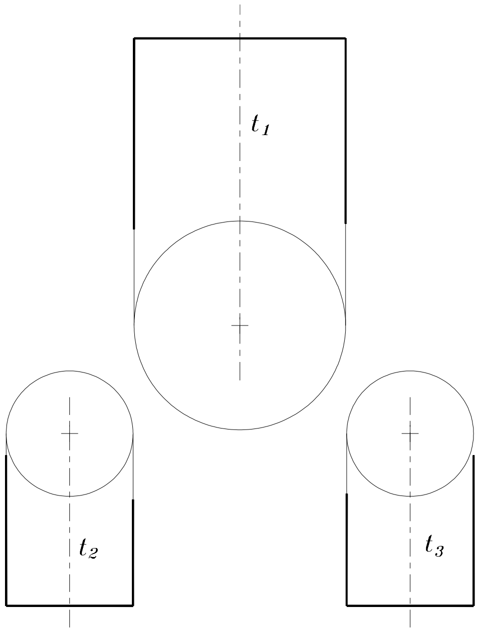
XI.16. Szerkessze meg az adott metsző tengelyű, közös beírt gömböt érintő forgás-kúpokból és forgáshengerekből összeállított csőidomok széteső áthatásainak kettősvetületét!

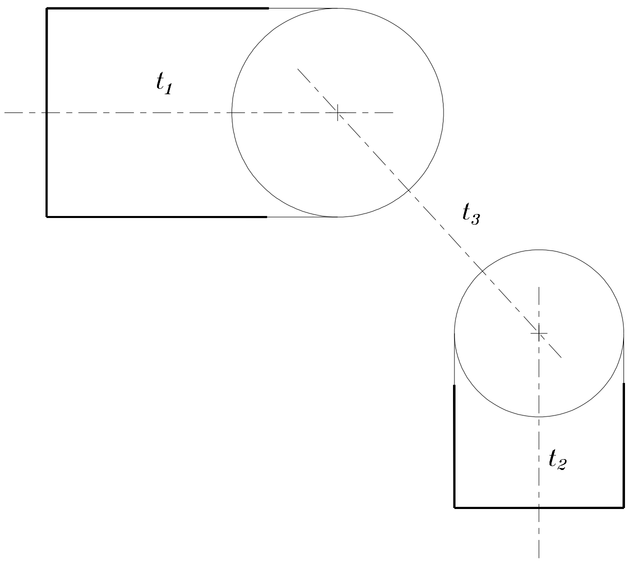


Széteső áthatások alkalmazása csőcsatlakozások tervezéséhez

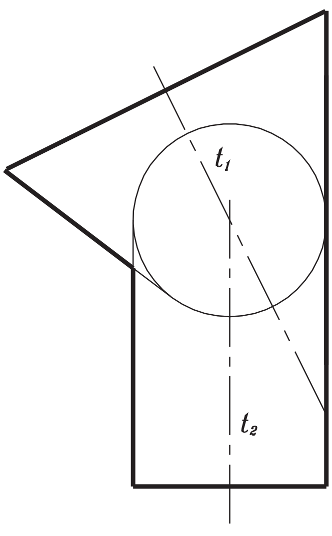
XI.17. Adott három egymással párhuzamos helyzetű forgáshenger, amelyeknek tengelye ugyanabban a horizontális síkban van.
Szerkessze meg a $\mathbf{t_1}$ és $\mathbf{t_2}$ valamint a $\mathbf{t_1}$ és $\mathbf{t_3}$ tengelyű forgáshengerek közé illeszthető, metsző tengelyű forgáskúppal széteső áthatásként származó összekötések kettősvetületét!

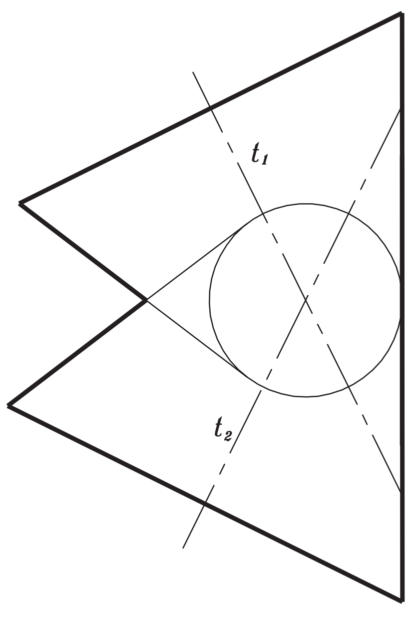
XI.18. Egy képen adott a $\mathbf{t_1}$ és $\mathbf{t_2}$ metsző tengelyű két forgáshenger vetülete, és a tengelyeiket metsző $\mathbf{t_3}$ egyenes. (A tengelyek síkja képsíkkal párhuzamos.)
Szerkessze meg a $\mathbf{t_1}$ és $\mathbf{t_2}$ tengelyű forgáshengerek közé illeszthető, metsző $\mathbf{t_3}$ tengelyű forgáskúppal széteső áthatásként származó összekötés kettősvetületét!



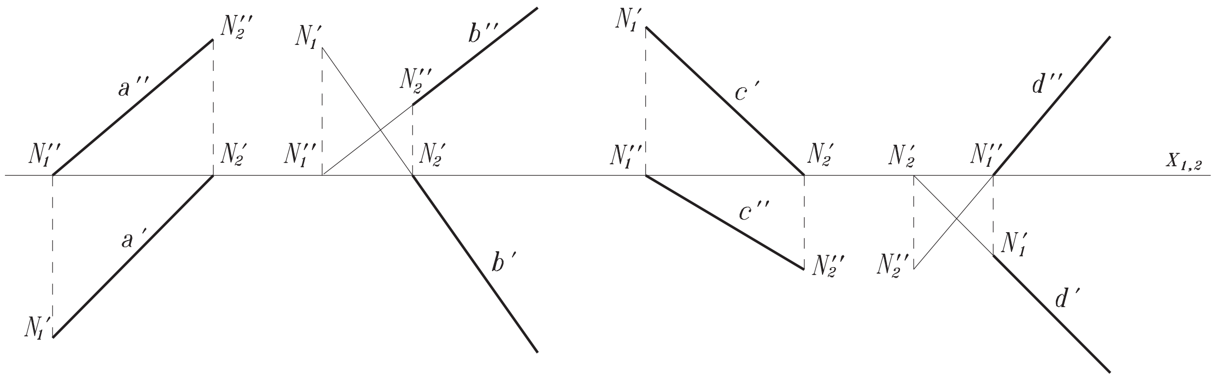


XI.19. Szerkessze meg az alábbi kúpos beöntőnyílások széteső áthatásainak kettősvetületét!

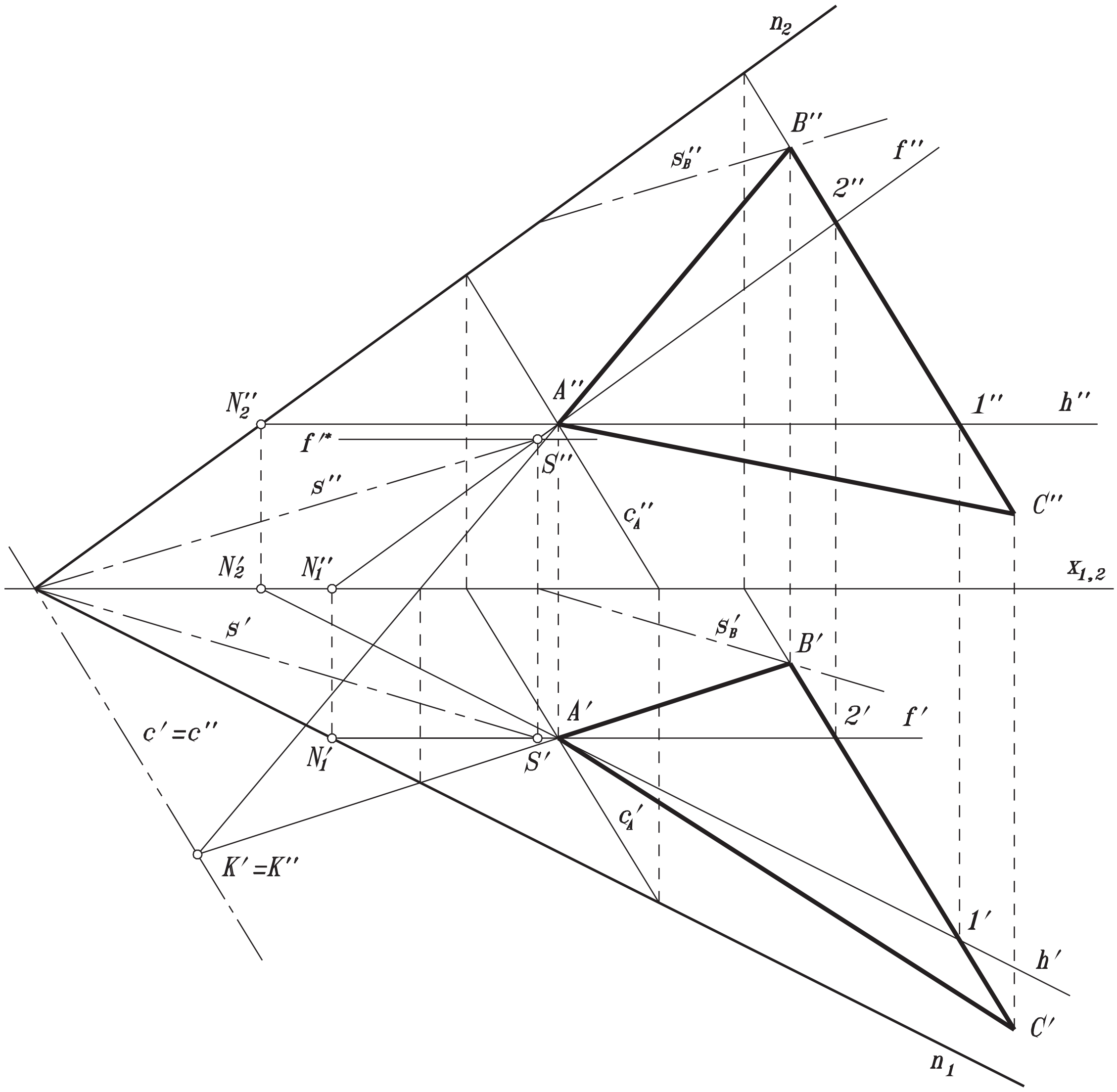




I.10.



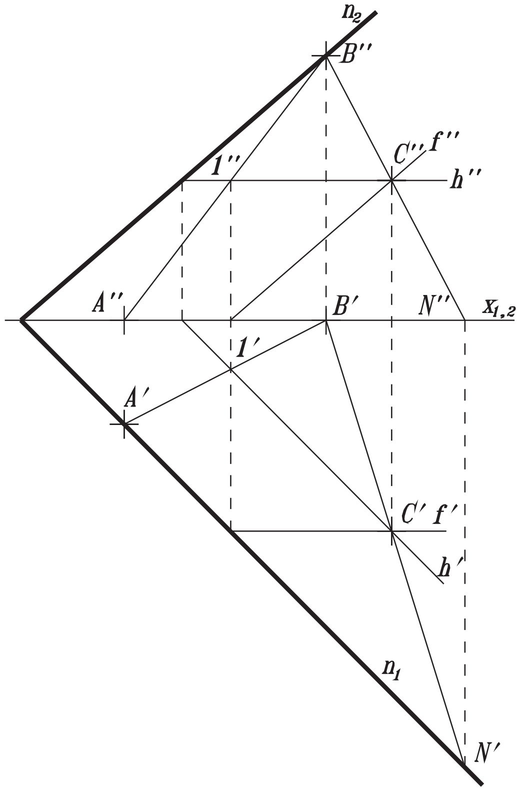
I.17.



Az **s** szimmetriaegyenes **S** pontjának **S''** második képét az **f'**-nek a képtengelyre vonatkozó **f'*** tükörképe metszi ki **f''**-ből.

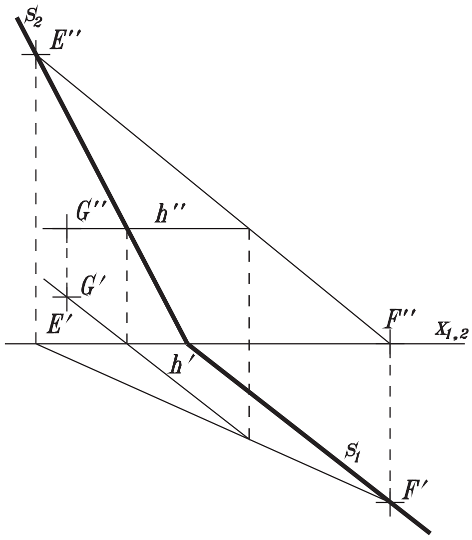
I.18.

A síkot meghatározó **A** az első, **B** a második képsíkban a **C** pont az első térnegyedben van. A nyomvonalak a megfelelő fővonalakkal párhuzamosak.

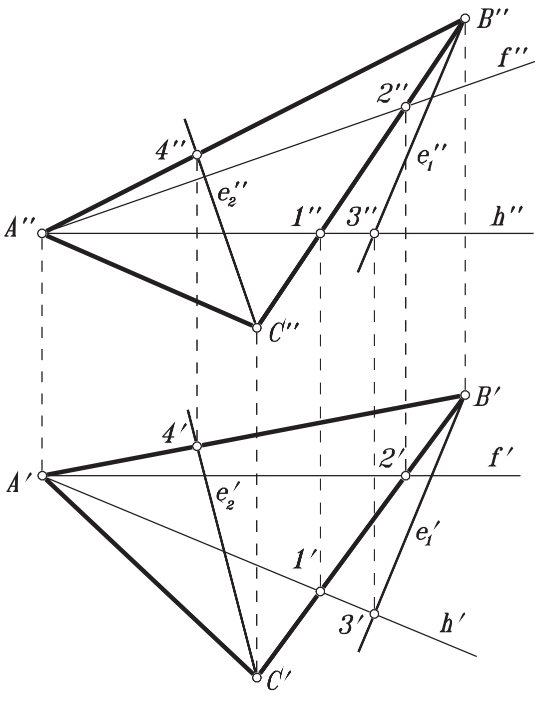


I.18a.

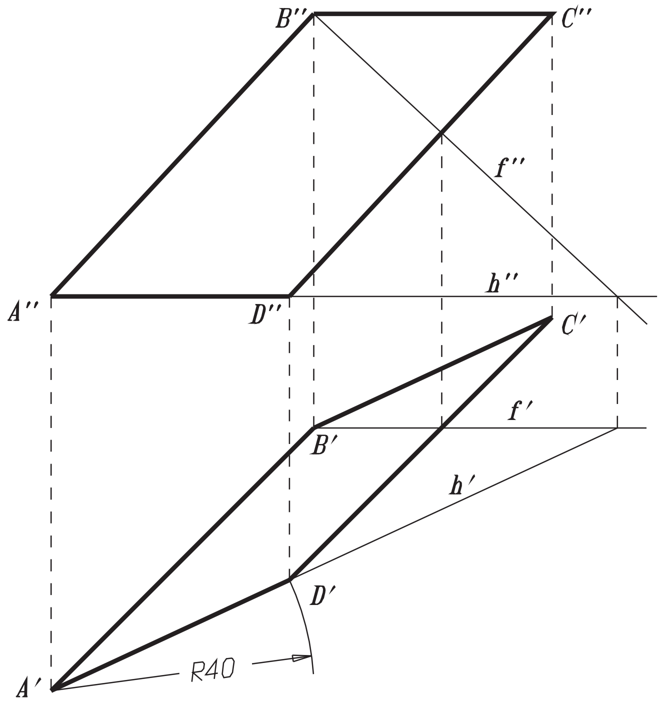
A síkot meghatározó **F** az első, **E** a második képsíkban a **G** pont a a második térnegyedben van. **F** első, **E** második nyompont, az $\mathbf{s_1}$ első nyomvonal a sík **h** első fővonalával párhuzamos.



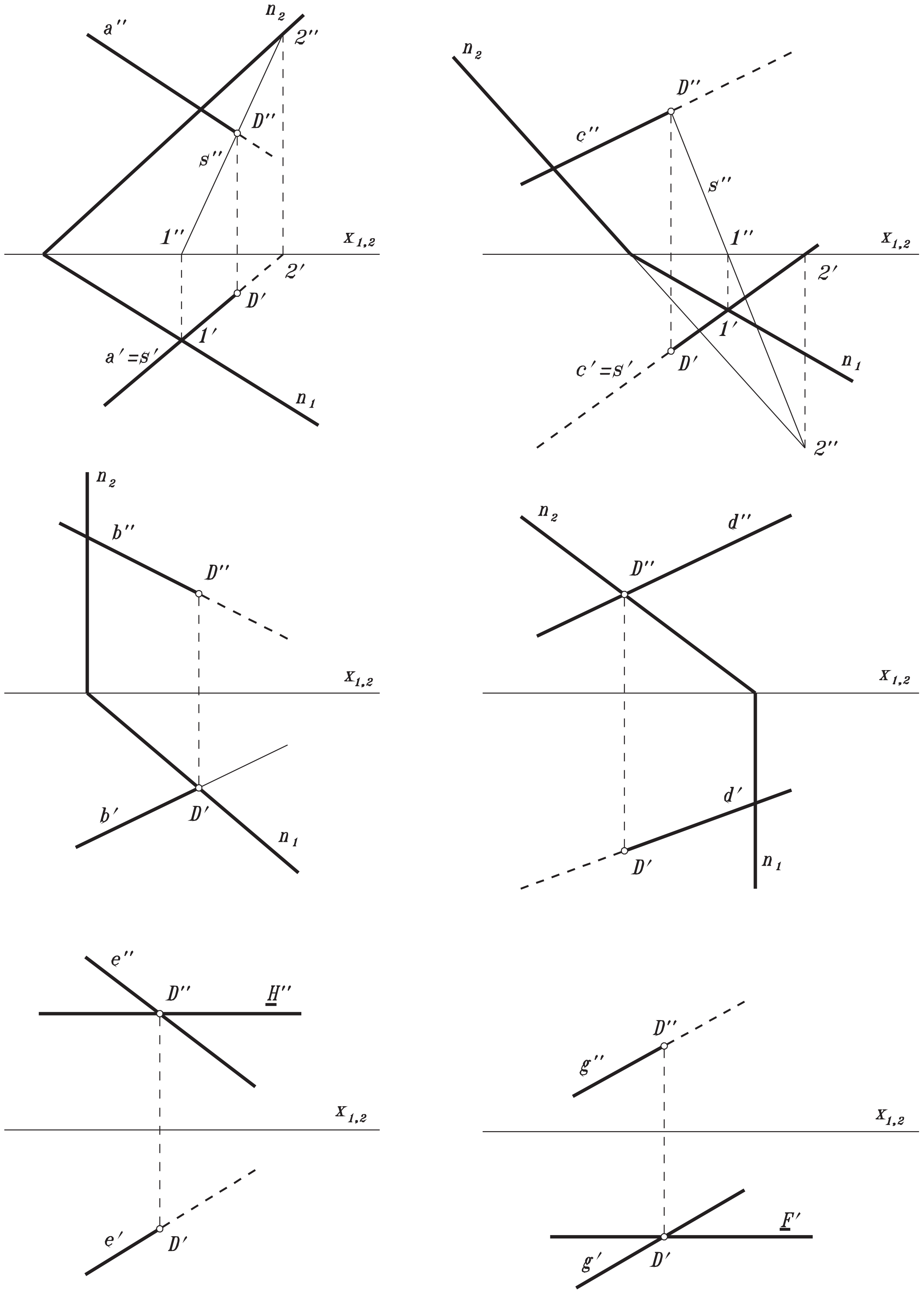
I.19.



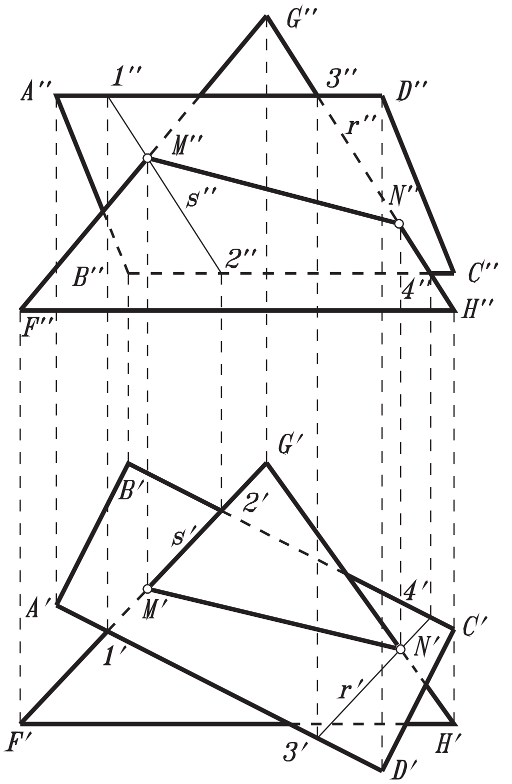
I.23.



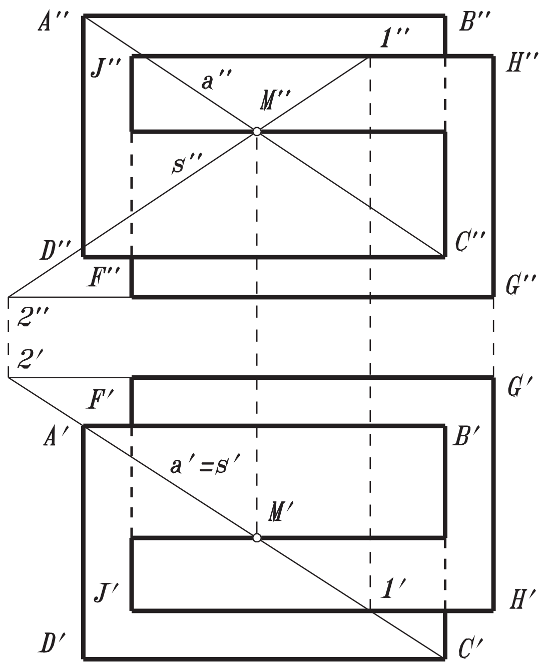
I.28.


a''
n2
2''
D''
s''
1''
x1,2
2'
D'
1'
a' = s'
n1
n2
D''
c''
s''
1''
x1,2
2'
1'
n1
c' = s'
D'
2''
n2
b''
D''
x1,2
b'
D'
n1
n2
d''
D''
x1,2
d'
D'
n1
e''
D''
H''
x1,2
e'
D'
D''
g''
x1,2
F'
g'
D'

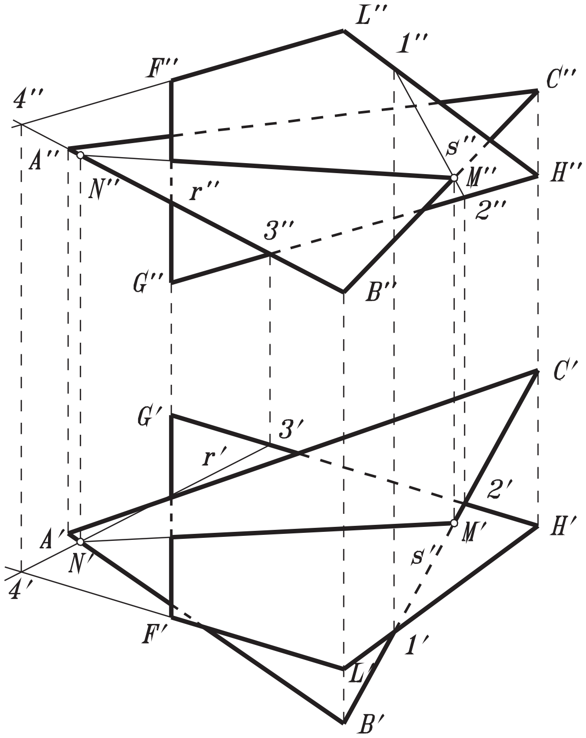
I.29.



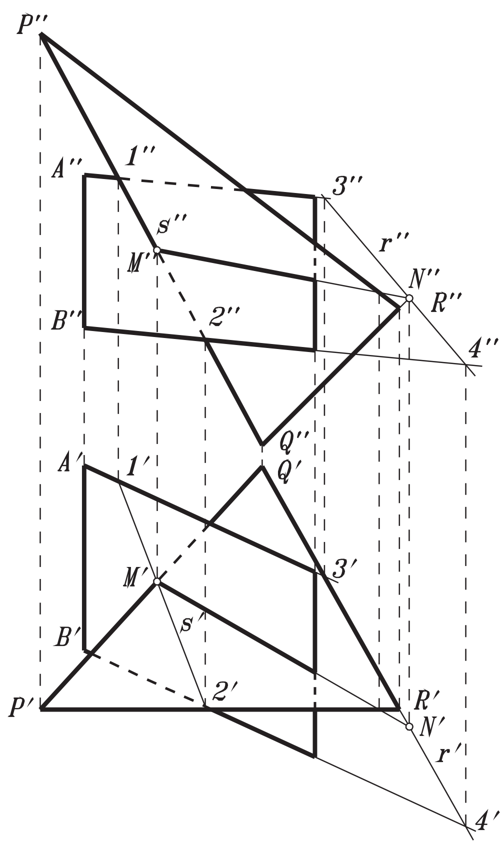
I.30.



I.34.

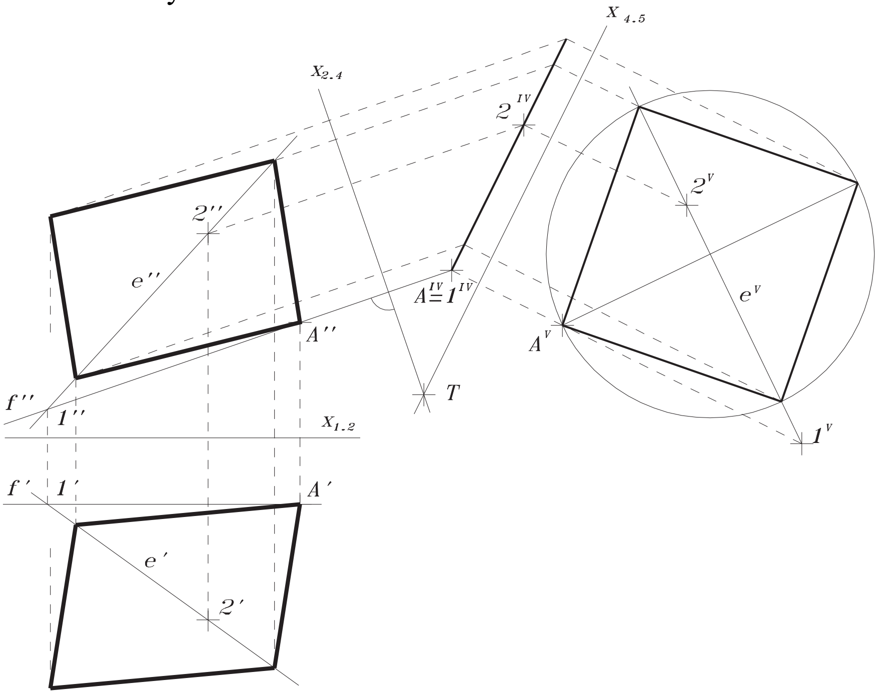


I.35.



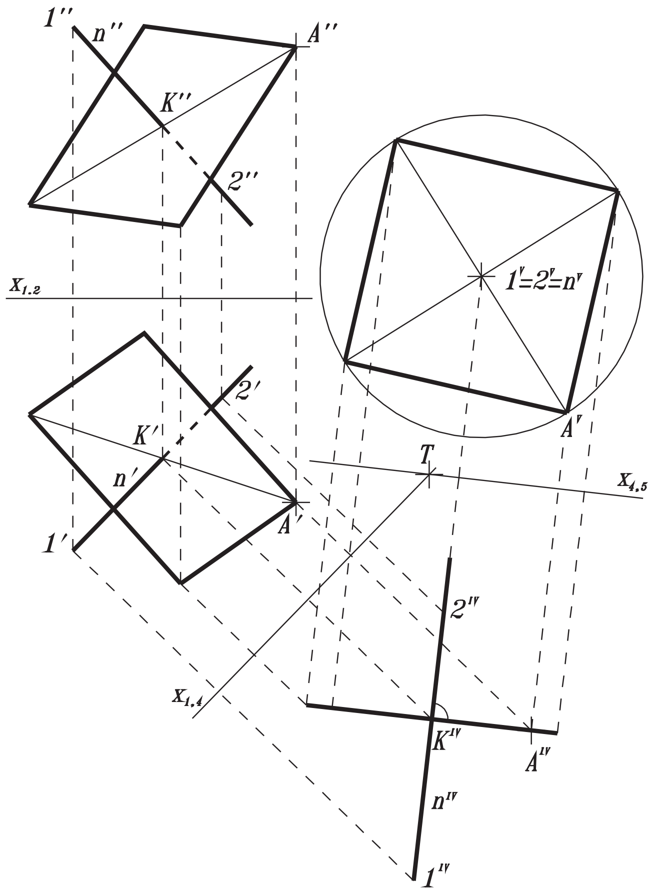
II.1.

A négyzet síkját a második képsíkról indulva, kétszeri képsíktranszformációval az ötödik képsíkkal párhuzamos helyzetbe hozzuk.



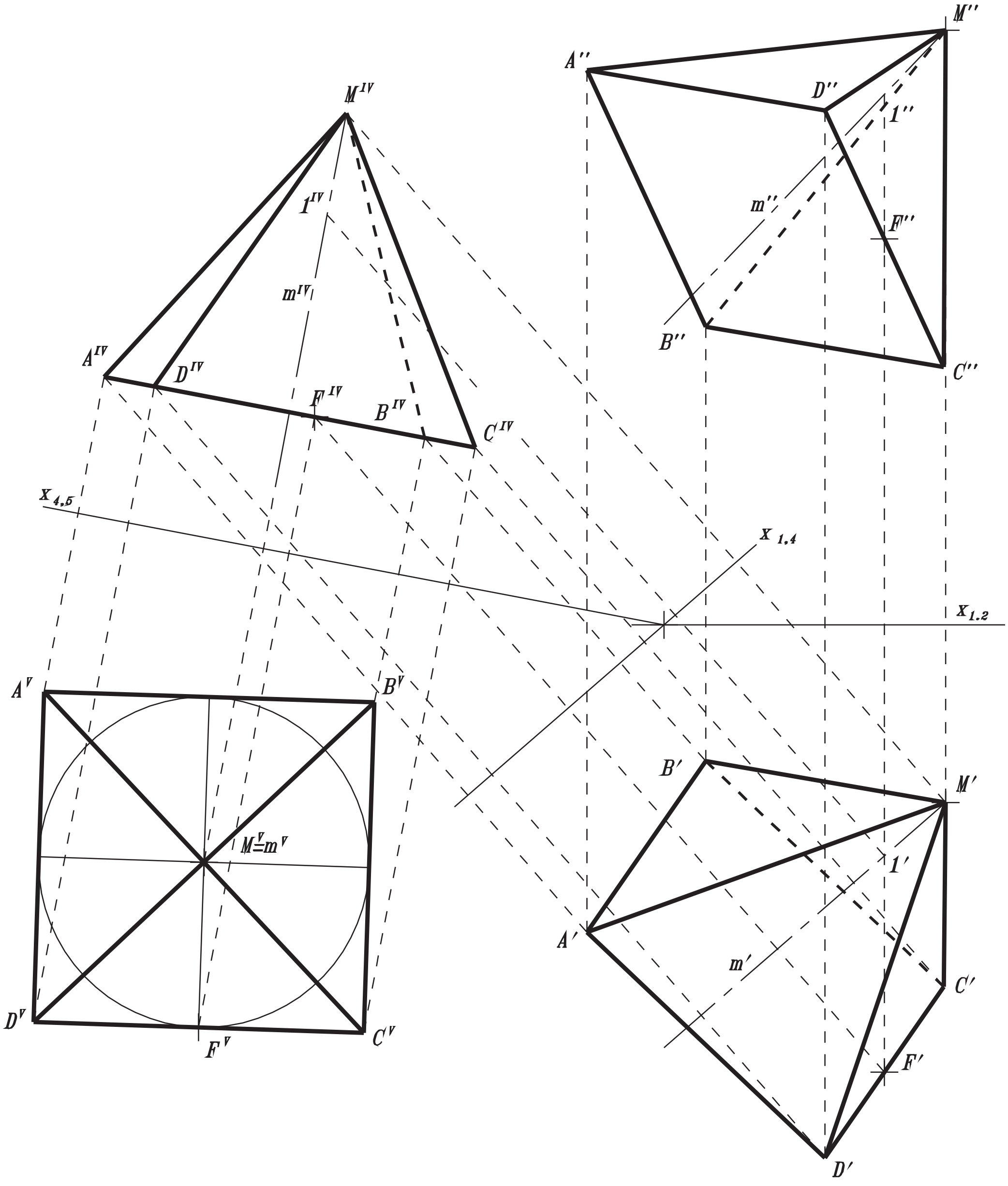
II.6.

A négyzet síkjának **n** normálisát az első képsíkról indulva, kétszeri képsíktranszformációval az ötödik képsíkra merőleges helyzetbe hozzuk. Ezáltal a négyzet az ötödik képen valódi nagyságban látszik.



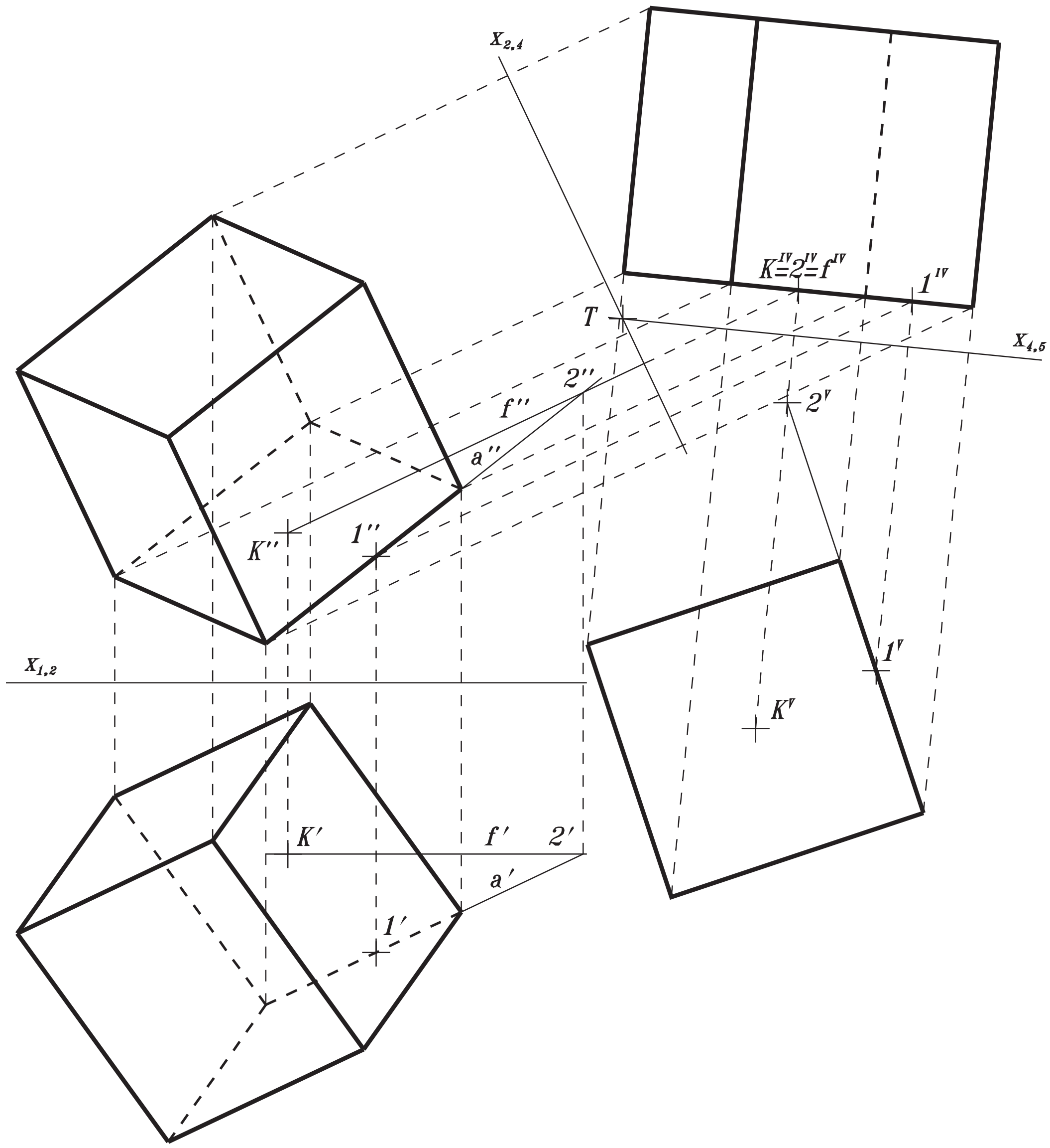
II.7.

Az **m** magasságvonalat az első képsíkról indulva, kétszeri képsíktranszformációval az ötödik képsíkra merőleges helyzetbe hozzuk.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 4.1.1. fejezetét!)



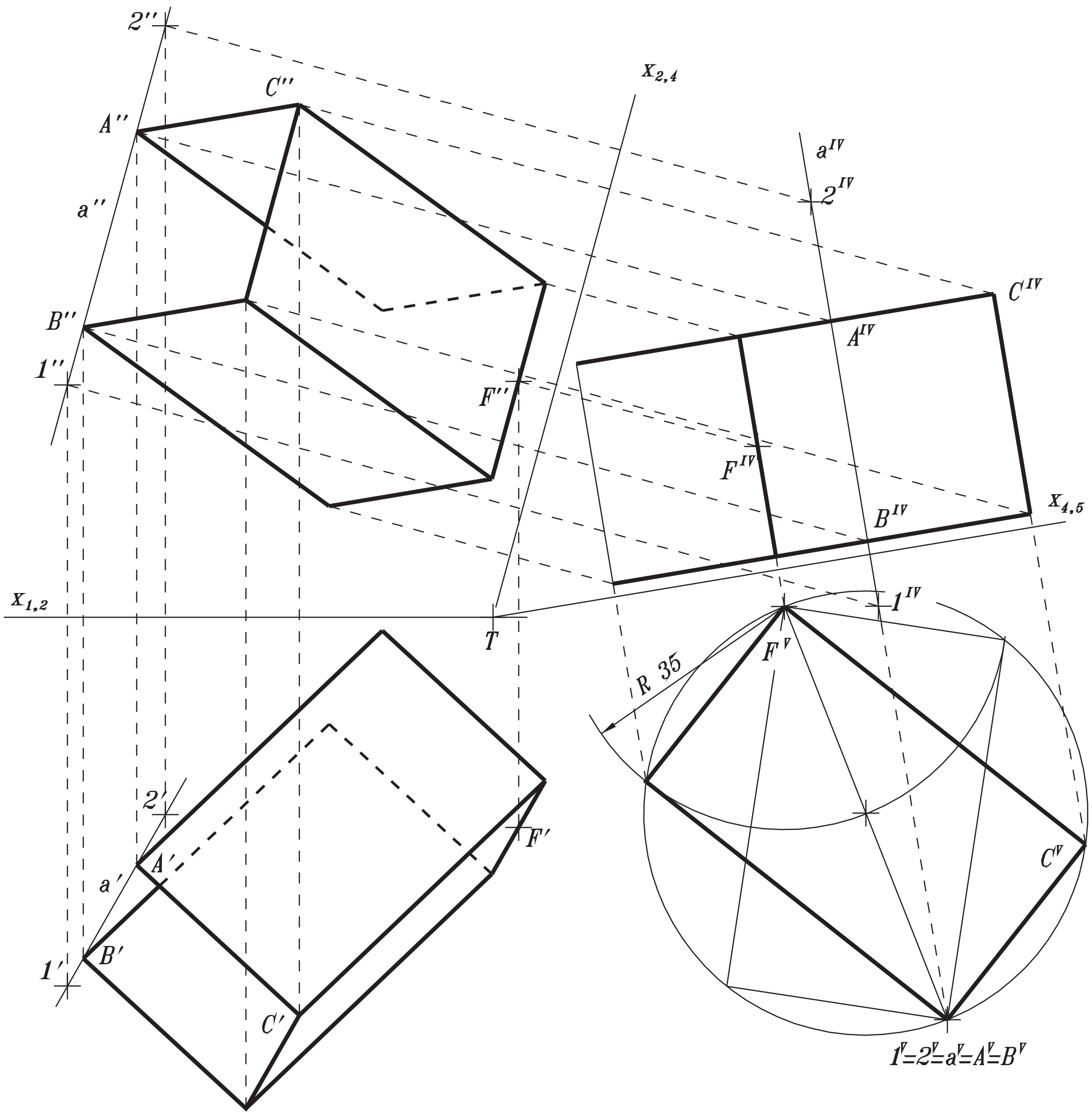
II.8.

A kocka egyik oldallapjának síkját, az adott **S(aK)** síkot a második képsíkról indulva, kétszeri képsíktranszformációval az ötödik képsíkkal párhuzamos helyzetbe hozzuk.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 4.1.2. fejezetét!)



II.12.

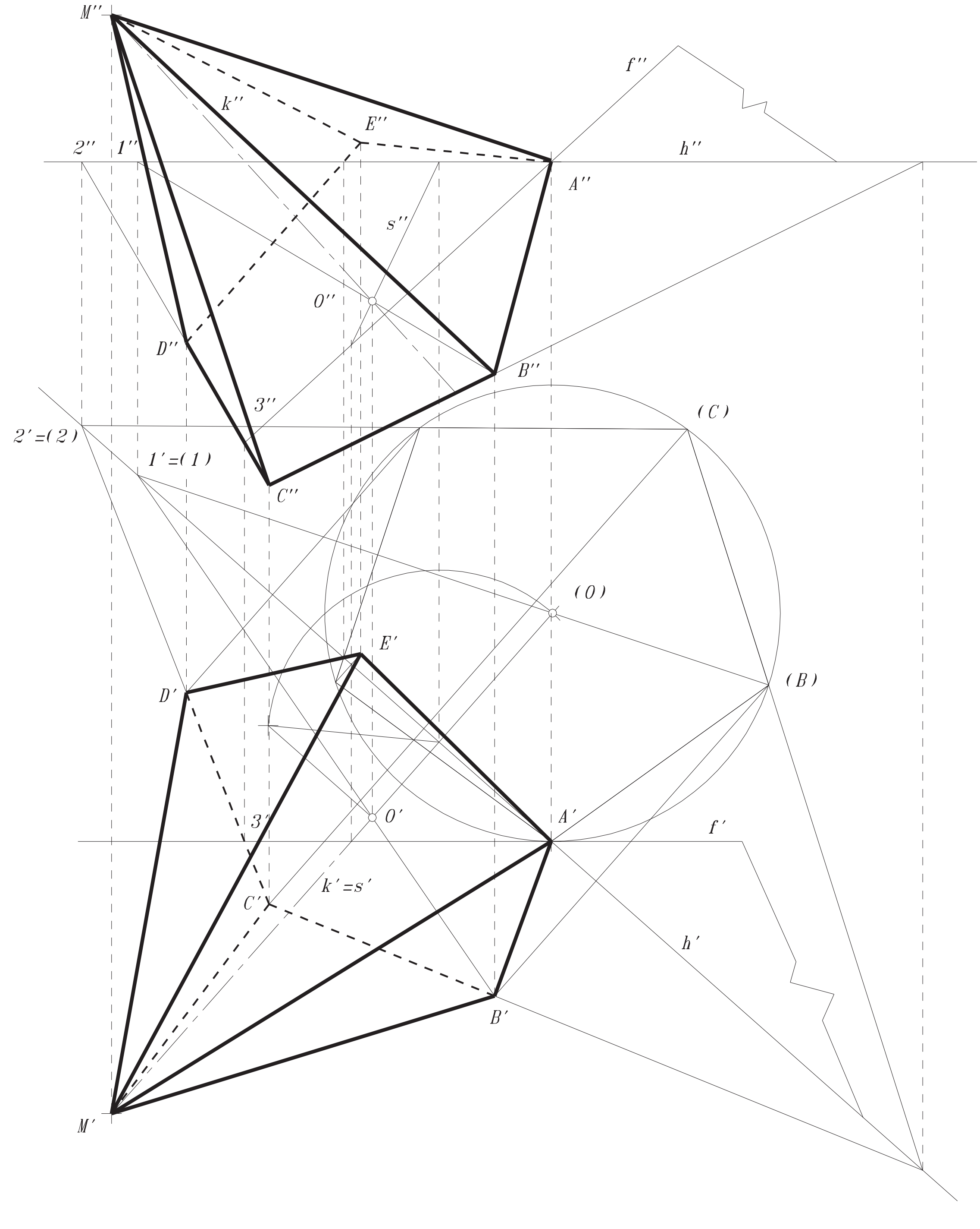
Az **a** egyenest a második képsíkról indulva, kétszeri képsíktranszformációval az ötödik képsíkra merőleges helyzetbe hozzuk, ahol a hasáb vetülete téglalap lesz.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 4.1.1. fejezetét!)



IV.8.

A megoldás vázlata:

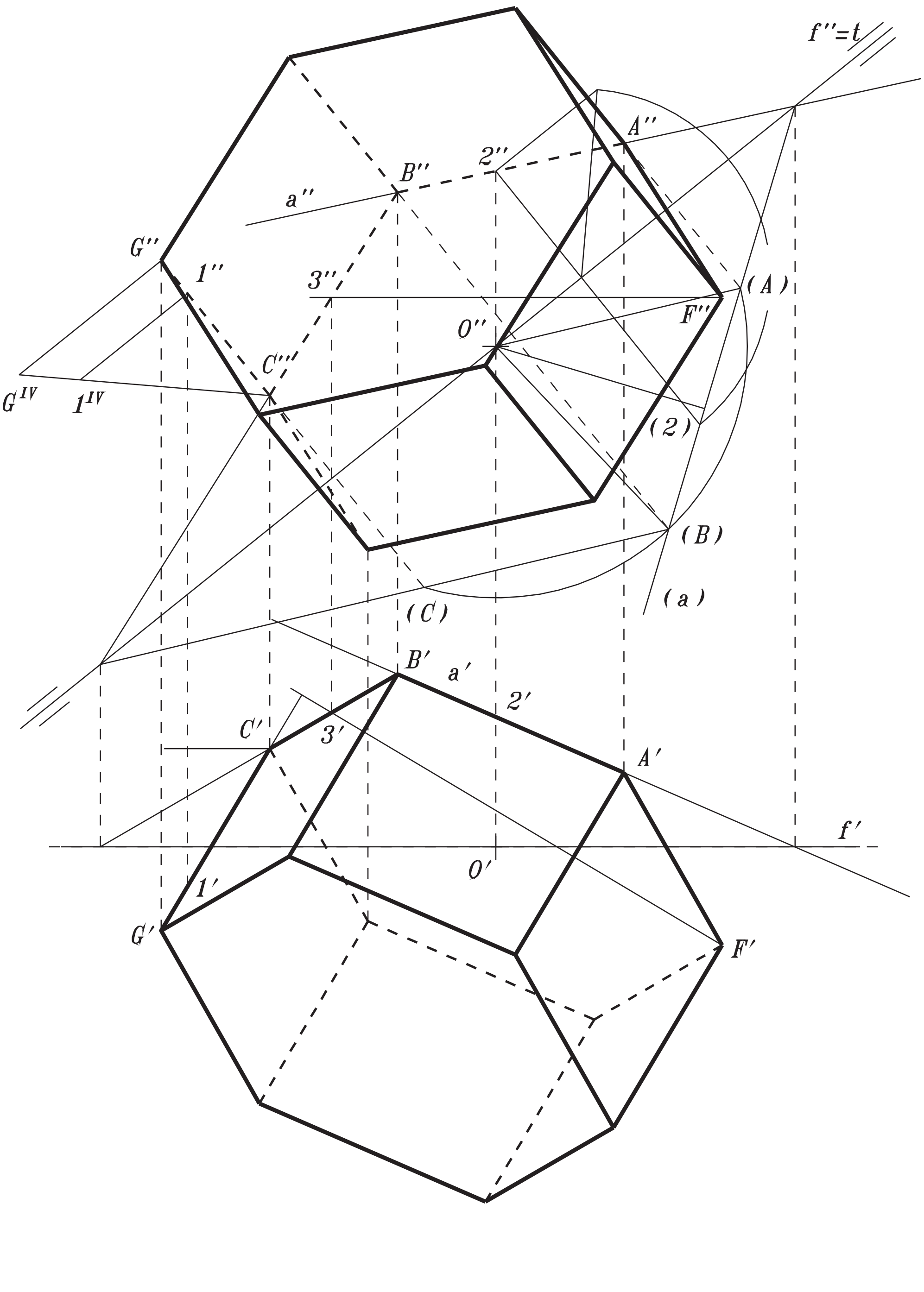
1) Az alapötszög **S** síkját az **A** pontra illeszkedő **h** horizontális és **f** frontális fővonalával vettük fel.
2) Az **S** síknak és az **m** egyenesnek az **O** metszéspontja az ötszög középpontja. Az **O** pontot az **m'**-re illesztett **s'** első fedőegyenessel szerkesztettük.
3) A szabályos ötszög megszerkesztéséhez az **S** síkot a **h** fővonala körül az **O** ponttal első főállásba fordítjuk.
4) Az ötszög első képét a forgatás kapcsán keletkező *Aff*{**t=h', O'(O)**} affinitás, a második képét a síkra illesztéssel határoztuk meg.
5) A gúla képenkénti láthatóságát kitérő élek fedettségi vizsgálatával állapítottuk meg.



IV.9.

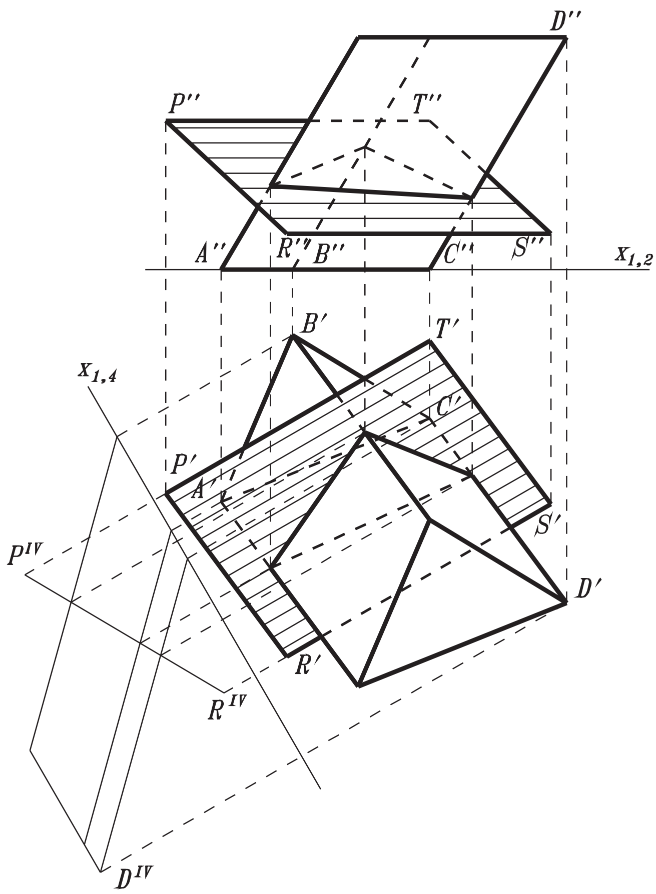
A megoldás vázlata:

1) A szabályos alaphatszög megszerkesztéséhez az **<u>S</u>(aO)** síkot az **f** frontális fővonala körül a **2** pont segítségével második főállásba fordítottuk.
2) A hatszög második képét a forgatás kapcsán keletkező *Aff*{**t=f", 2'(2)**} affinitás, az első képét a síkra illesztéssel határoztuk meg.
3) A hasáb oldalélei az **<u>S</u>** alapsík normálisai, pl. a **C'G'** merőleges **h'(F'3')**-re, **C"G"** merőleges **f"**-re.
4) Az oldalél vetületi hosszát az **C"1"1**$^{\mathbf{IV}}$ különbségi háromszög felnagyításával, majd az első képre rendezéssel szerkesztettük.
5) A hasáb képenkénti láthatóságát kitérő élek fedettségi vizsgálatával állapítottuk meg.



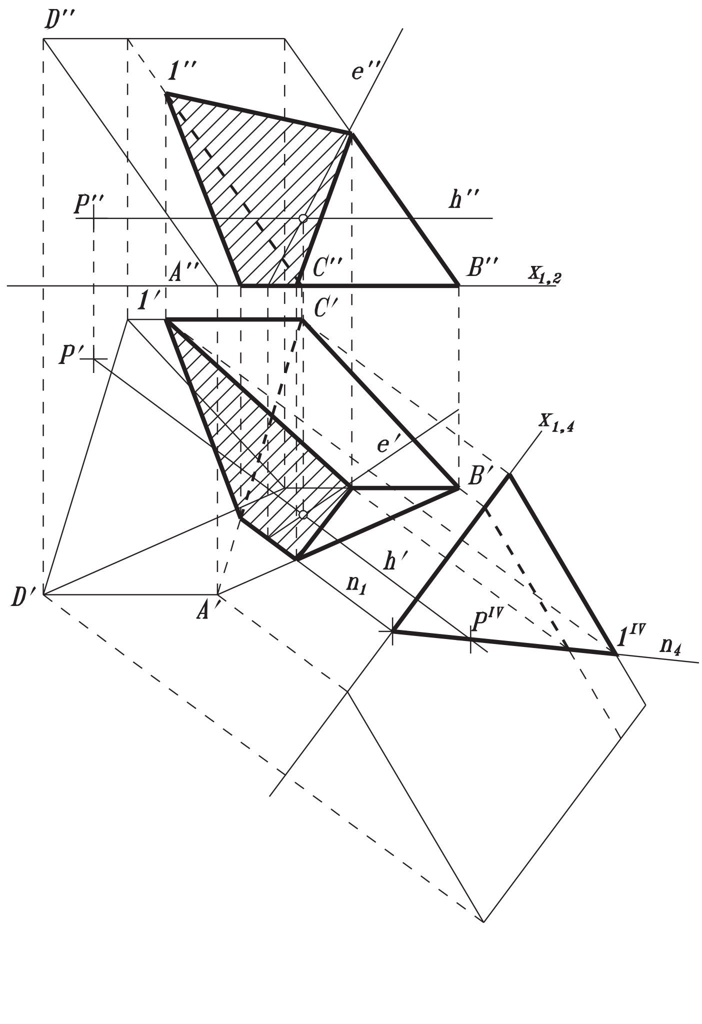
V.4.

A **PRST** csúcsaival paralelogrammaként adott metszősíkot a **PT** ill. **RS** első fővonalakra merőlegesen, az első képsíkhoz kapcsolt negyedik képsíkon élbe transzformáljuk ($\mathbf{x}_{1,4}$ merőleges **P’T’**-re).



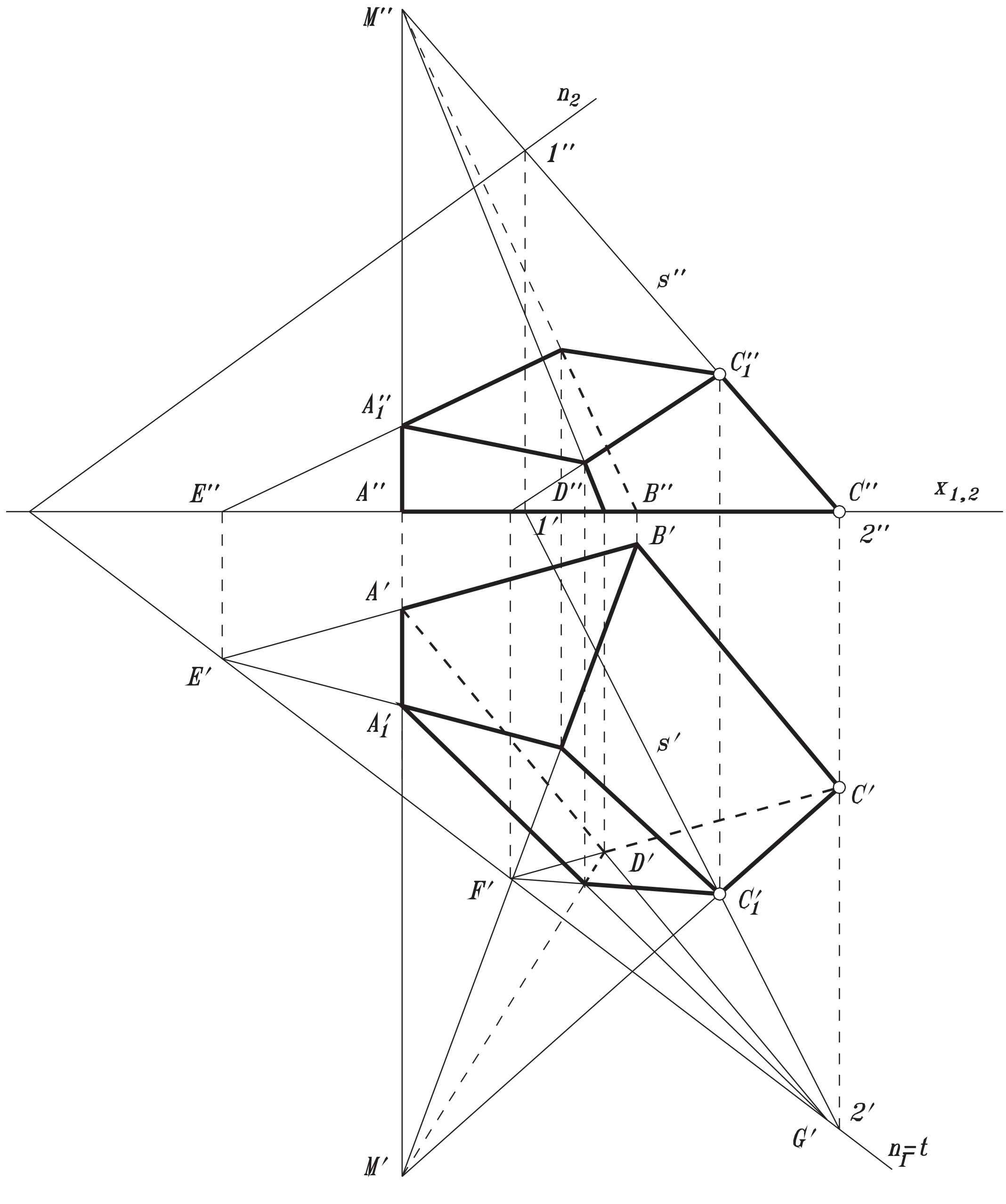
V.5.

Az **S(eP)** metszősíkot a **P**-re illesztett **h** első fővonalára merőlegesen, az első képsíkhoz kapcsolt negyedik képsíkon élbe transzformáljuk ($\mathbf{x}_{1,4}$ merőleges a **h’**-re).



V.6.

Először elkészítjük a **CM** élnek a metszősíkkal alkotott $\mathbf{C_1}$ döféspontját, amelyet az **s** fedőegyenessel szerkesztjük. A $\mathbf{CC_1}$ képezi az alapnégyszög és a metszet között fennálló centrális kollineáció egy pontpárját. A centrális kollineáció centruma: **M**, tengelye: $\mathbf{t=n_1}$.
A síkmetszet az **ABCD** alapsokszög megfelelője a fenti centrális kollineációban.

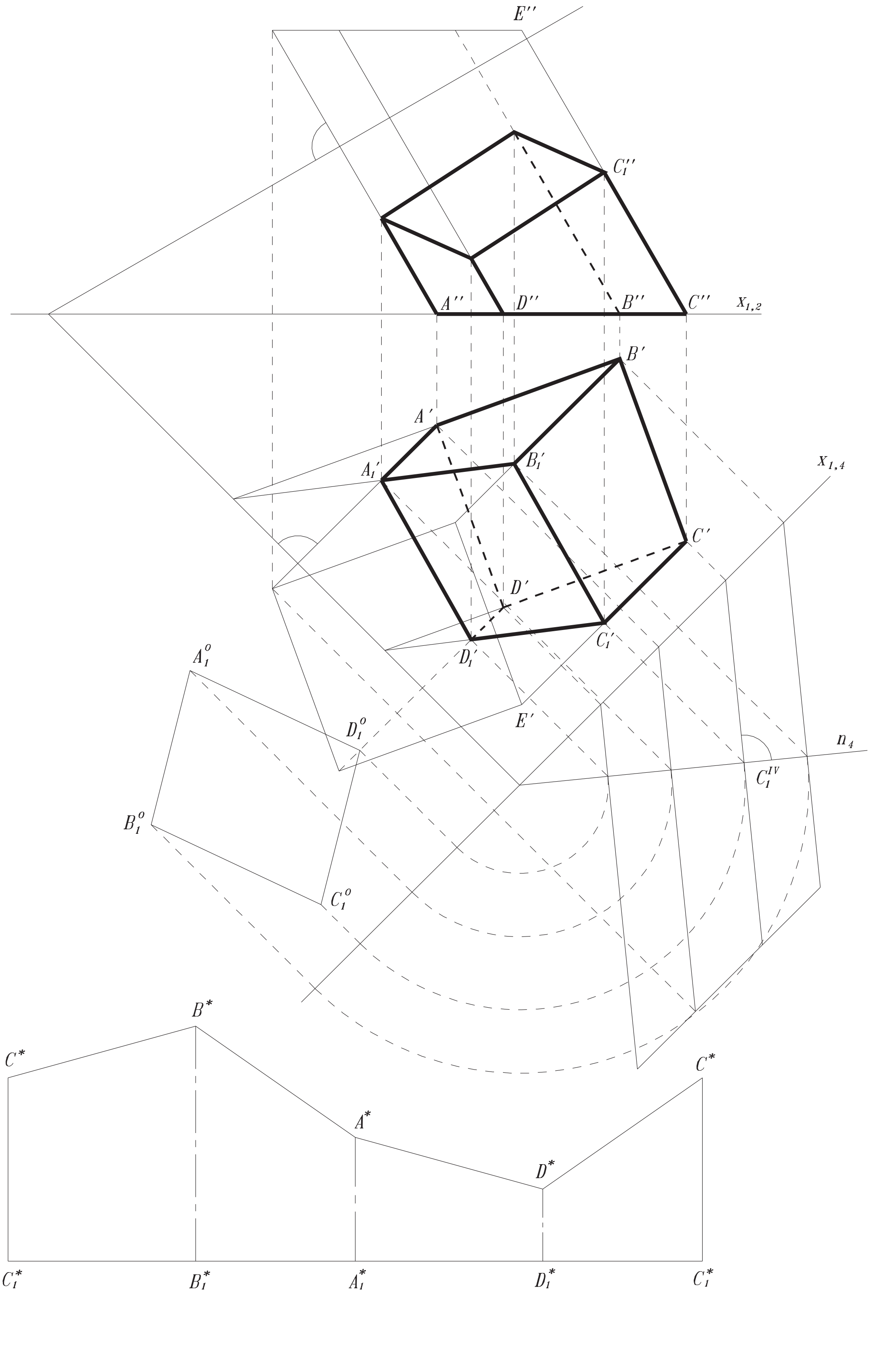


A szerkesztés transzformációval (lásd az **V.4.** és **V.5.** feladatot) is megoldható, ennek elvégzését az olvasóra bízzuk.

V.7.

Az első képsíkhoz kapcsolt, a hasáb éleivel párhuzamos negyedik képsíkon a metszősík élben látszik. Ezért a sík felvételét és a metszet szerkesztését a negyedik képen kezdjük. A metszet második képe síkra illesztéssel vagy transzformációval is elkészíthető.

A palást kiterítése során a metszősík élre merőleges helyzete miatt az **A_1** ... **D_1** normálmetszet **A_1^o**... **D_1^o** valódi nagysága forgatással meghatározható, az élek valódi hossza pedig a negyedik képről lemérhető.

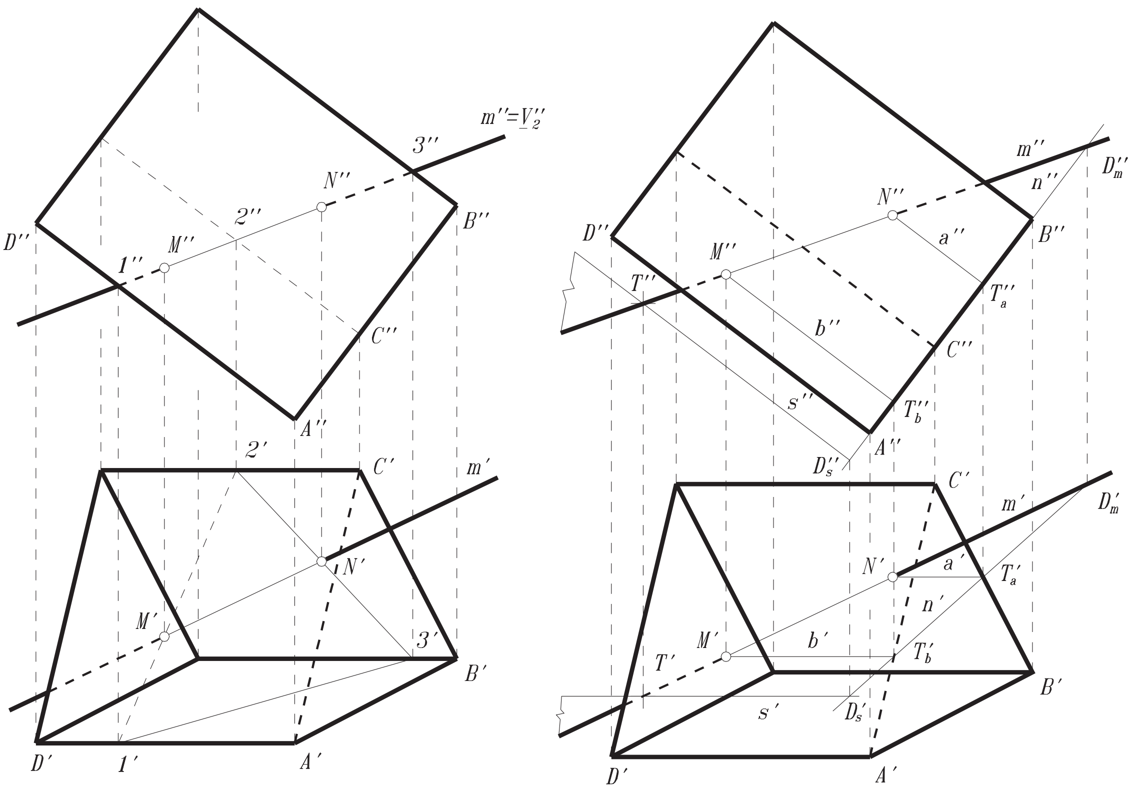


V.12.

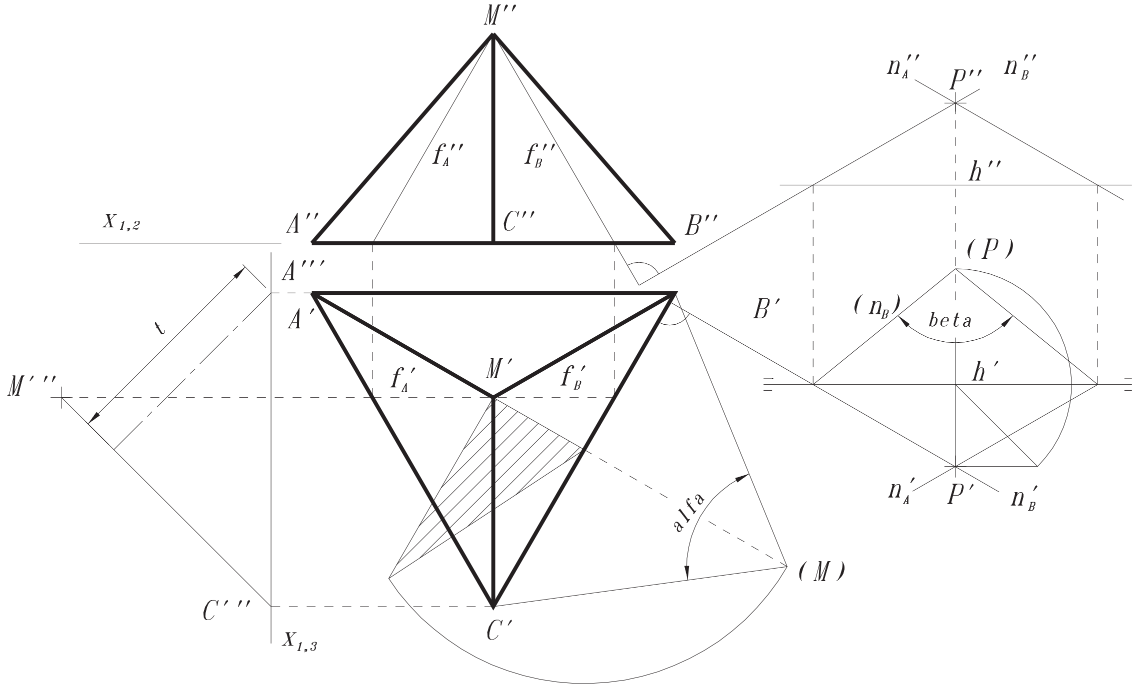
Hasáb és egyenes döfését az egyenesre illesztett segédsíkkal szerkesztjük.

a) Segédsíknak az **m** egyenes **$\underline{V}_2$** második vetítősíkját alkalmazzuk.

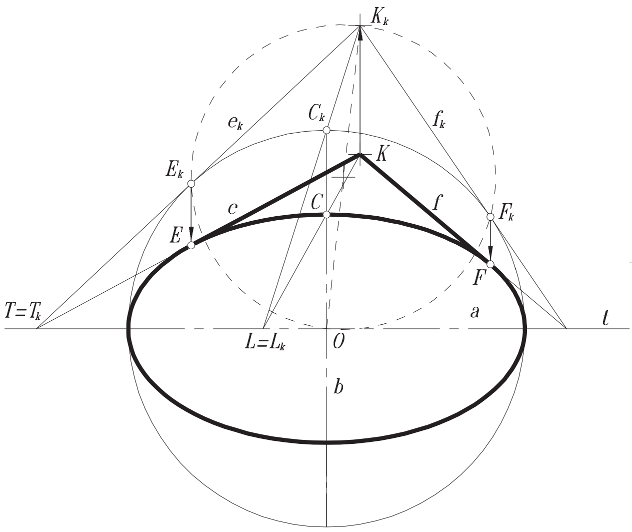
b) Segédsíknak az **m** egyenesre illeszkedő, a hasáb alkotóival párhuzamos **$\underline{S}$(ms)** síkot alkalmazzuk.



VI.8.

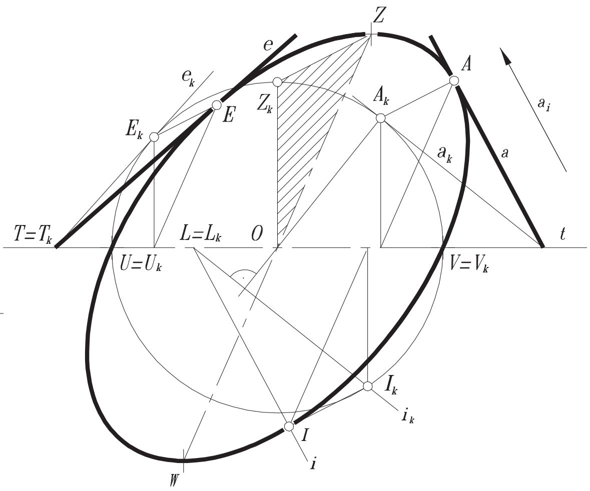


VII.3.



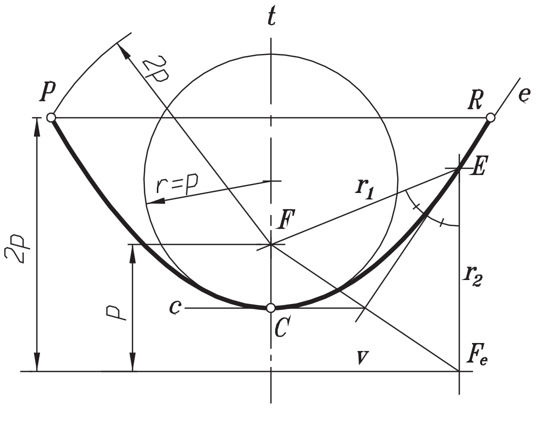
Az ellipszishez a nagytengelye fölé írható affin kört rendeljük. A merőleges affinitás tengelye:**t**, egy pontpárja: **CC**$_k$.

VII.9.



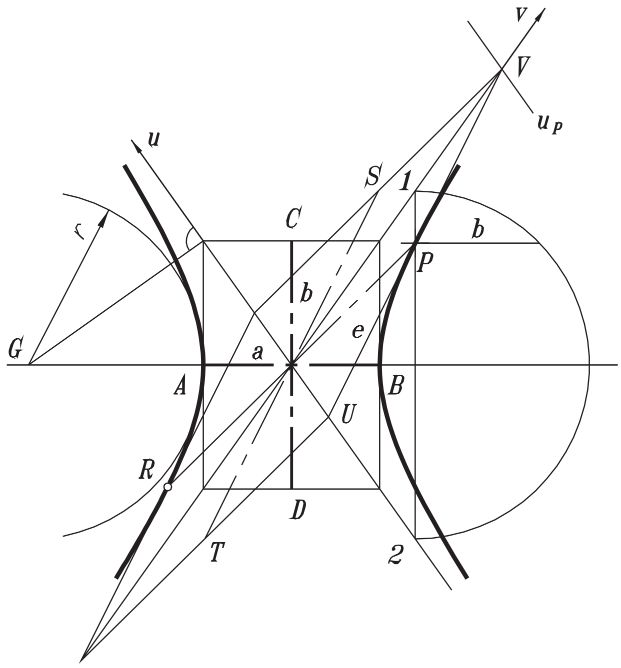
Az ellipszishez az **UV** átmérője fölé írható affin kört rendeljük. A ferde affinitás tengelye: **t=UV**, egy pontpárja: **ZZ**$_k$.

VII.15.



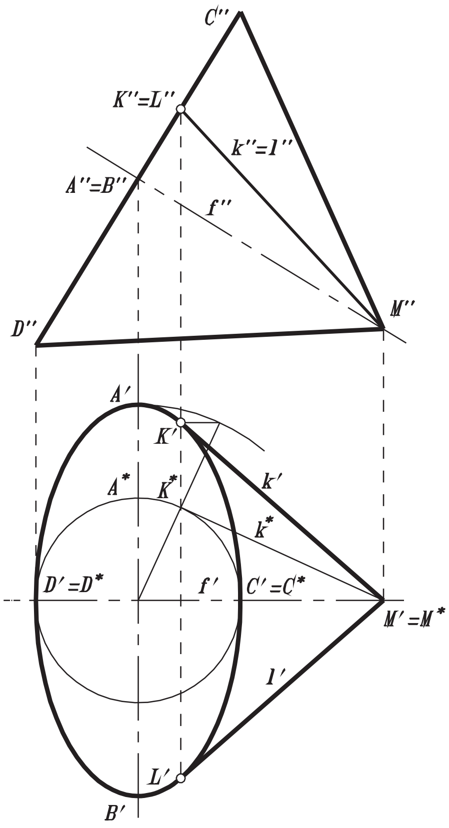
Az **E** ponthoz tartozó vezérsugarak közül $\mathbf{r_2}$ párhuzamos a **t** tengellyel, az $\mathbf{r_1}$ pedig az $\mathbf{r_2}$-nek **e**-re vonatkozó tükörképe, ezért az **F** fókusz az $\mathbf{r_1}$ és **t** metszéspontja. A vezéregyenes merőleges **t**-re és illeszkedik az **F**-nek **e**-re vett $\mathbf{F_e}$ tükörképére. A **P** és **R** pontokat a parabola definíciója alapján szerkesztettük.

VII.14.



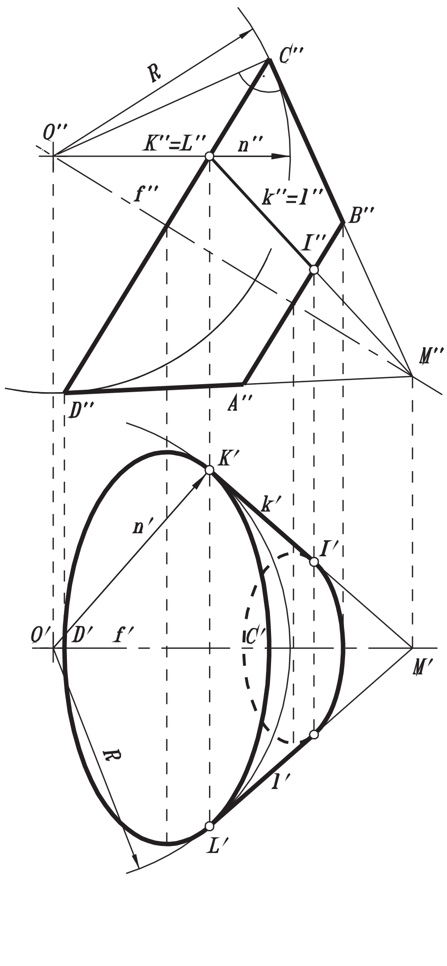
A hiperbola tetszőleges **P** pontbeli érintőjén az érintési pont felezi az érintőnek az aszimptoták közé eső **UV** szakaszát, ezért **u**-nak a **P**-re vonatkozó $\mathbf{u_p}$ tükörképe metszi ki **v**-ből az **e** és **v** metszéspontját **V**-t. Az **AB**, **CD** tengelyek a **PR**, **ST** konjugált átmérők szögfelezői. A **b** az **1P** és **P2** szakaszok mértani közepe.

VII.12.



a) megoldás:

Az első képen a kúp képhatár alkotói a csúcs **M’** vetületéből az alapkör ellipszis vetületéhez húzott érintők.
Rendeljük hozzá az ellipszishez a **C’D’** kistengely fölé írható affin kört! Az ellipszis és a kör között fennálló merőleges affinitásnak **C’D’** a tengelye, és **A’A*** a pontpárja, továbbá **M’=M*** mert **M’** illeszkedik a tengelyre. Az **M*K*** érintőt Thalész-kör segítségével szerkesztettük. Az **M*K*** affin megfelelője a keresett **M’K’** érintő. A **K’**-t a kétkörös módszerrel készítettük.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 10.5. fejezetét, abban a 10.6. és 10.1. ábrát!)

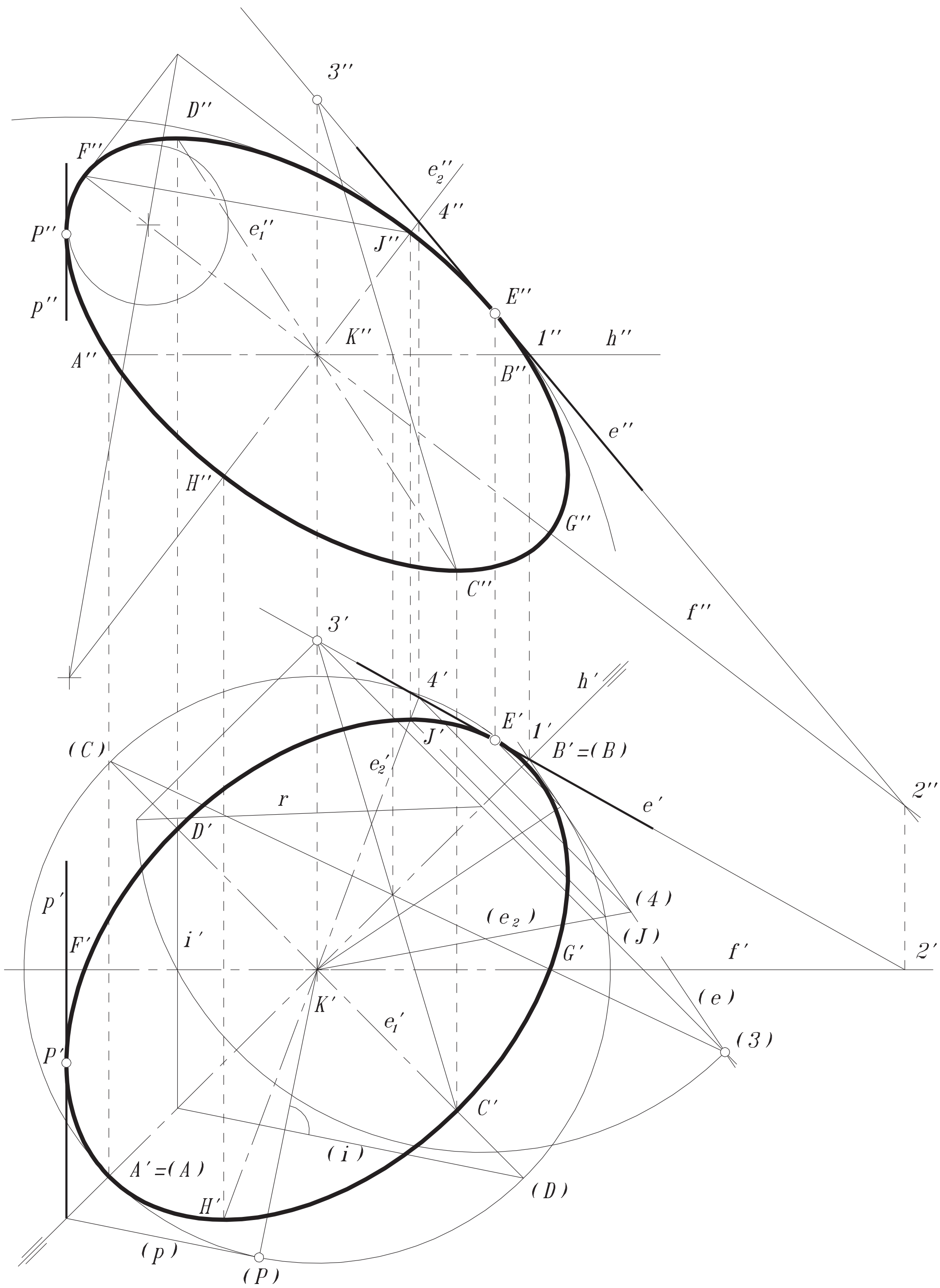


b) megoldás:

A kúp **k’** és **l’** első képhatár alkotói a **k** és **l** első kontúr alkotóknak a vetületei. A kontúralkotókat kontúrpontok alkotják, amelyeket a kúp tengelyére merőleges síkokbeli ún. paralelkörökön szerkesztünk. Válasszuk második képen az **A”B”** és **C”D”** átmérőben látszó paralelköröket! A **C”D”** átmérőjű kör **K** első kontúrpontjában a felület érintősíkja első vetítősík, ezért az **n** normálisa az első képsíkkal párhuzamos. Megszerkesztéséhez a paralelkör mentén a kúpot érintő gömböt alkalmazunk, amelynek **O** a középpontja. A gömb vízszintes **n** normálisa megegyezik a kúp horizontális normálisával, amelynek **K** a paralelkörön lévő pontja. Így **K** illeszkedik egyrészt a paralelkörre, másrészt a gömb első főkörére. Hasonló a szerkesztés az **A”B”** átmérőjű paralelkör esetében is.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 11.1. fejezetét, ill. a 11.1., 14.1., 14.3., ábrát!)
Végül a két paralelkör által határolt csonkakúpot ábrázoltuk láthatóság szerint.

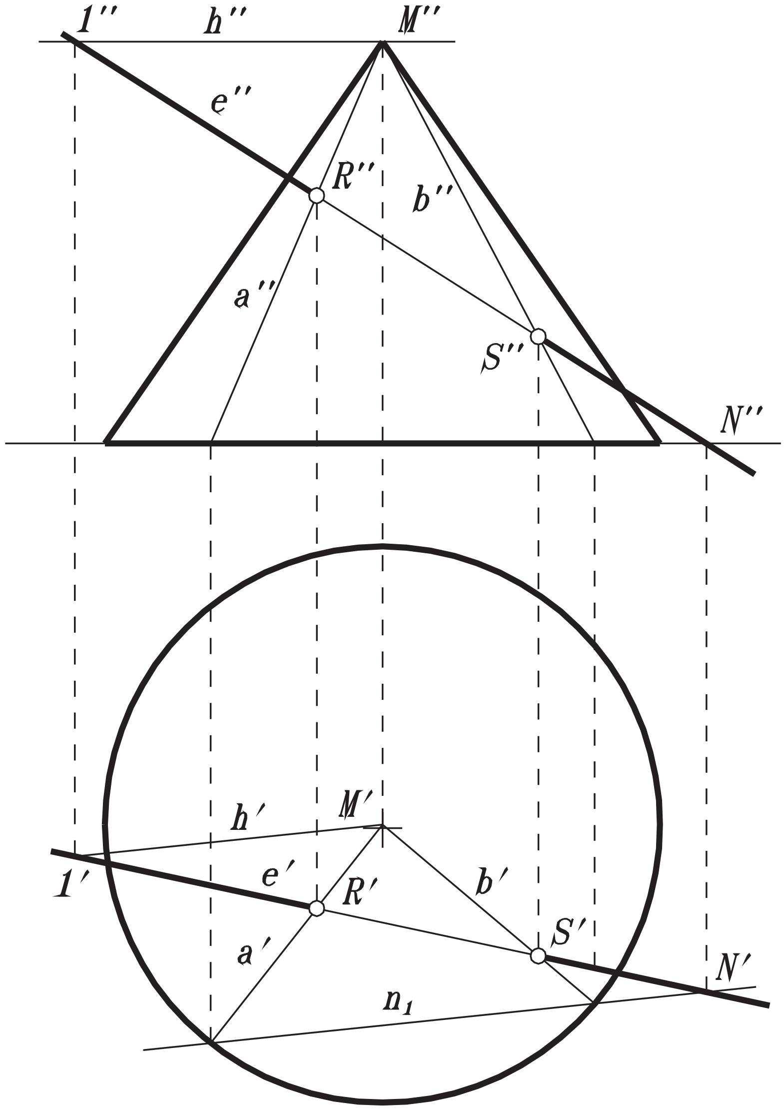
VIII.5.

Az **e** érintő és a **K** középpont által meghatározott kör síkját a **K**-n keresztül felvett **h** első fővonal körül a **3** pont segítségével első főállásba forgatjuk. A leforgatott síkbeli kör és az első képellipszis között fennálló merőleges affinitás tengelye **t=h**, pontpárja **3'(3)**, **Aff**{**t=h,3'(3)**}.
(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 9.6. fejezetét!)



IX.9.

A kúp és az **e** egyenes döféspontjainak megszerkesztéséhez az **e** egyenesre és a kúp **M** csúcspontjára illeszkedő segédsíkot alkalmazzuk. Az **R** és **S** döféspontokat tartalmazó alkotók talppontjait a segédsík $\mathbf{n_1}$ első nyomvonala metszi ki a kúp alapköréből. Az $\mathbf{n_1}$ nyomvonal a segédsík **h** első fővonalával párhuzamos.

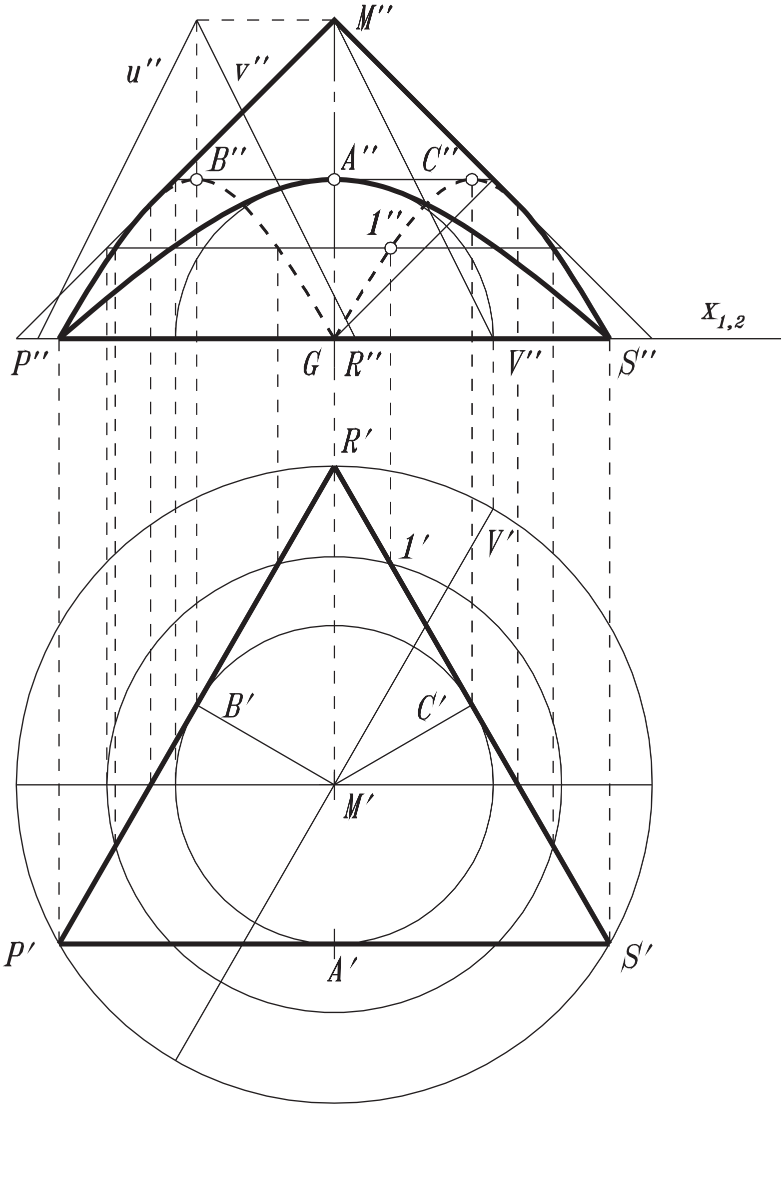


IX.12.

A kúp metszetei hiperbolák.

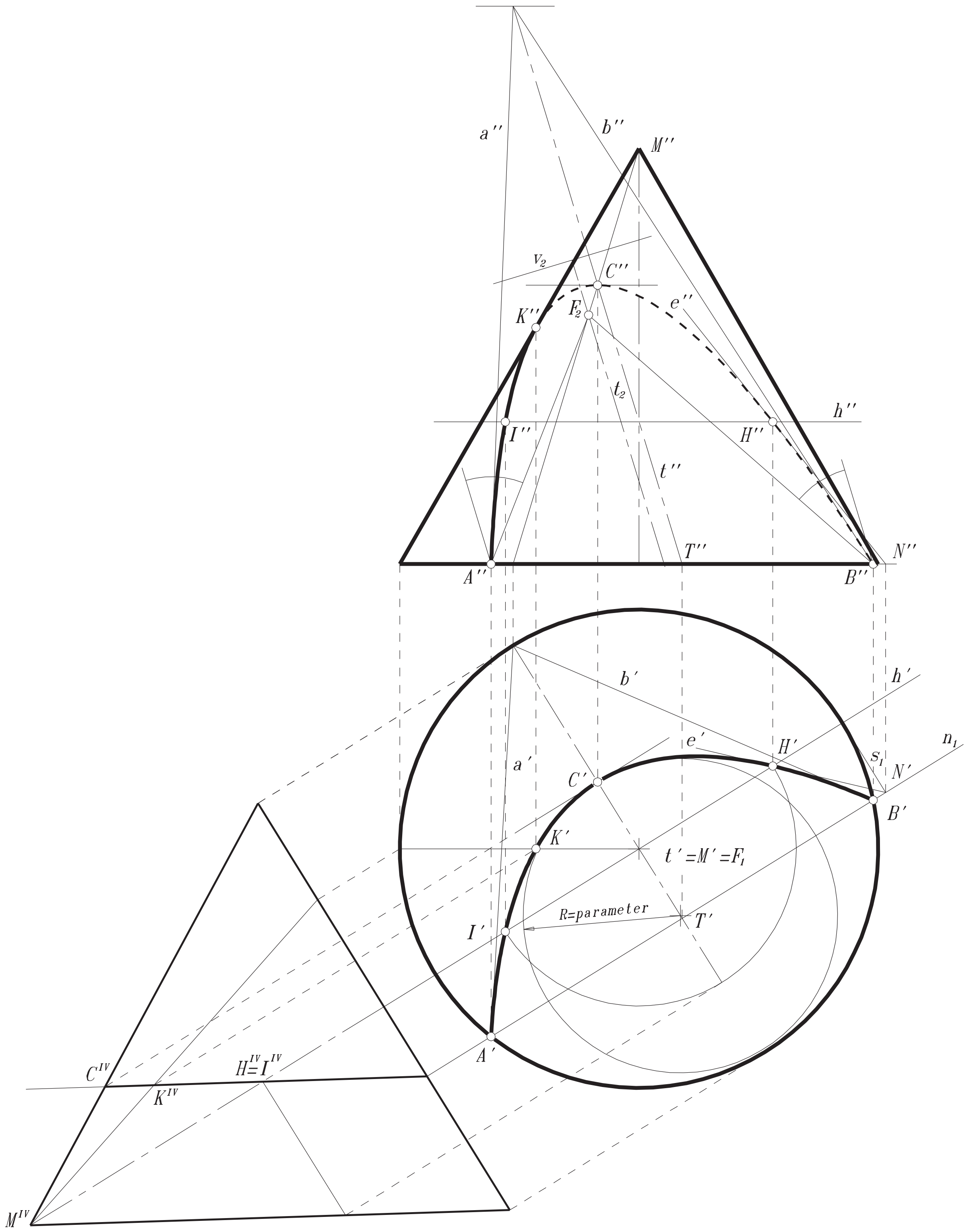
1) Az egyes hiperbola íveknek az alapkörre illeszkedő pontjai: **P, R; P, S; S, R.**
2) Megszerkesztettük a metszeteknek az alapsíktól 11mm-re lévő pontjait. A keresett pontok a kúp 11mm magasan elhelyezkedő paralelkörén vannak, közülük az egyik az **1** pont.
3) Az alapsíktól legtávolabbi **A**, **B**, **C** pontok az egyes ívek valós tengelyeinek egyik végpontjai is.
4) Az **(PBR)** ív **u** és **v** aszimptotái a metszősíkkal párhuzamos kúpalkotókkal párhuzamosak és illeszkednek a hiperbola síkjára. A **v** aszimptota párhuzamos a kúp **VM** alkotójával.
5) A második képen megszerkesztettük (**PAS**) ív valós tengelyének **A** végpontjában a hiperoszkuláló kör **G** középpontját. Mivel a (**PAS**) ív aszimptotái párhuzamosak a kontúralkotókkal a **G** középpontot az **A** tengelyponti érintőnek a kontúralkotóval alkotott metszéspontjában a aszimptotára állított merőleges metszi ki a tengelyből. A kör sugara |**GA**|. A simulókör felét rajzoltuk meg.
6) A metszősíkok által közrezárt kúptestrészt ábrázoltuk láthatóság szerint.

(A részletes megoldáshoz lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 14.11 fejezetét!)



IX.14.

A kúpból a parabolát kimetsző sík helyzetének felvételéhez és a metszet pontjainak megszerkesztéséhez a **h** egyenesre merőleges negyedik képsíkot használunk.
(Az első kép megszerkesztéséhez lásd a Geiger J.: Ábrázoló geometria jegyzet 14.9. fejezetét, a második kép elkészítéséhez a 14.8. fejezetbeli megjegyzéseket illetve használjunk képsík transzformációt!)

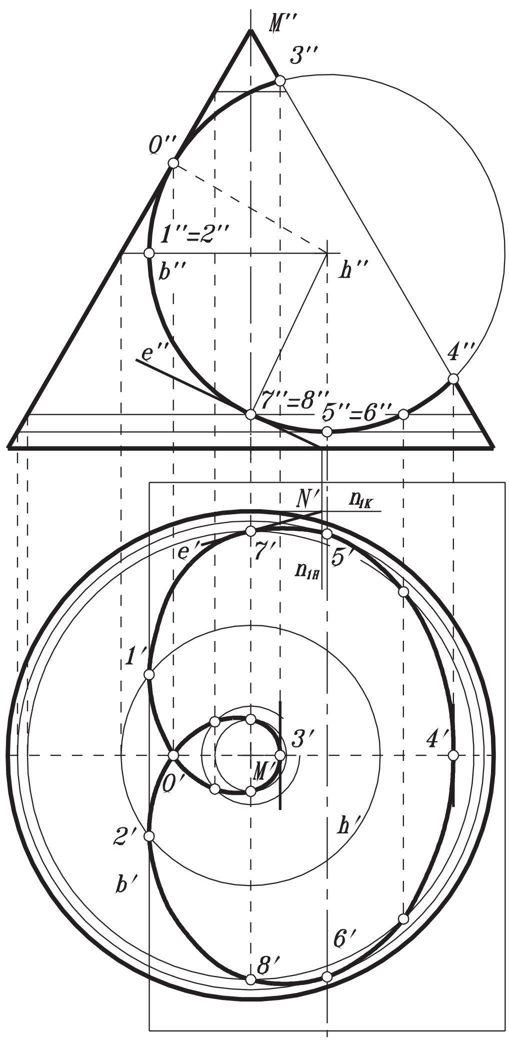


XI.1.

A felületeknek, következésképpen az áthatási görbének is van egy közös szimmetriasíkja, amely a második képsíkkal párhuzamos, ezért a negyedrendű áthatási görbe második képe kettősvetület, a (**3"1"4"**) körív.
Az áthatási pontok szerkesztése:

a) A kúp tengelyére merőleges szeletelő síkok a kúpból kört, a hengerből alkotókat metszenek ki, metszéspontjaik áthatási pontok. (**1,2,5,6,7,8**).
b) A kúp csúcsára illeszkedő és a henger alkotóival párhuzamos síkok (sorozósíkok), mindkét felületből alkotókat metszenek ki. (**3, 4**)
c) A vetítő helyzetben lévő henger miatt az áthatási görbe második képe ismert –a **3”1”4”** körív-, így a pontjait kúpalkotó vagy paralelkör illesztésével rendezhetjük az első képre.

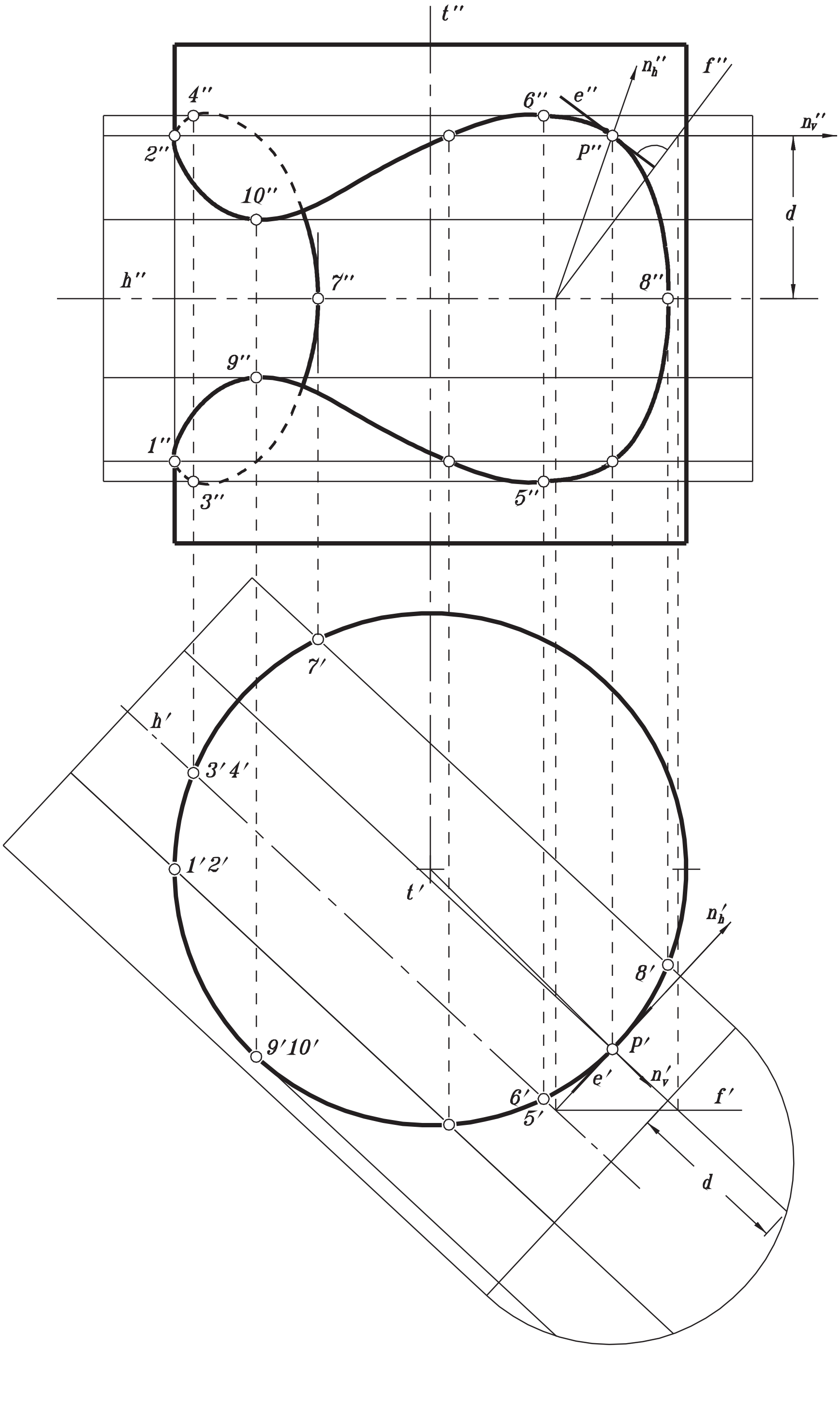
1) A henger bal oldali **b** kontúralkotóján keresztül a kúp tengelyére merőleges síkkal szeletelünk, így kapjuk a henger első kontúrjára illeszkedő pontokat az **1, 2**-t.
2) Azok a pontok az érintővel, amelyekben hengeralkotó érinti a görbét: **3, 4.**
3) **O**–ban a két felületnek közös az érintősíkja, tehát **O** az áthatás önmetszéspontja.
4) **5** és **6** az áthatás legalsó pontjai, a henger legalsó alkotóján.
5) Az áthatásnak a kúp profil alkotóira illeszkedő alsó pontjai **7** és **8**. A **7** pontban az érintősíkok módszerével szerkesztettük a görbe **e** érintőjét! Az érintő **N** első nyompontja a felületek első nyomvonalainak -$\mathbf{n_{1K}}$-nak és $\mathbf{n_{1H}}$-nak- a metszéspontja.
6) A henger eltávolítása után a kúppalástot ábrázoltuk láthatóság szerint.



XI.4.

A hengerek tengelyével párhuzamos szeletelő síkok -amelyek jelen esetben első vetítősíkok- mindkét hengerből alkotót (alkotókat) metszenek ki.
A negyedrendű áthatási görbe első képe kettősvetület, a (**7’9’8’**) körív.

1) A vetítő henger második kontúrpontjai: **1, 2**, a **h** tengelyű henger második kontúrpontjai: **3, 4, 5, 6.**
2) Az áthatási görbét függőleges hengeralkotó érinti a **7, 8** pontban, és vízszintes hengeralkotó érinti a **9, 10** pontban, mert a szeletelő síkok ezekben a pontokban valamelyik hengert érintik.
3) Az áthatás megszerkesztése után a vetítő hengerpalástot ábrázoltuk láthatóság szerint, ha a másik hengert és a közös részt eltávolítva gondoljuk.



XI.6.

a) A hengereknek következésképpen az áthatásuknak van két szimmetriasíkja, közülük az egyik párhuzamos a második képsíkkal, így a görbe az előlnézeten a (**3”D”4”**) körívként kettősvetületben jelenik meg, az első képnek pedig az **f’** szimmetriatengelye. A másik szimmetriasík második vetítősík, amelynek az élben látszó (**t”D”)** vetülete a második képnek szimmetriatengelye.

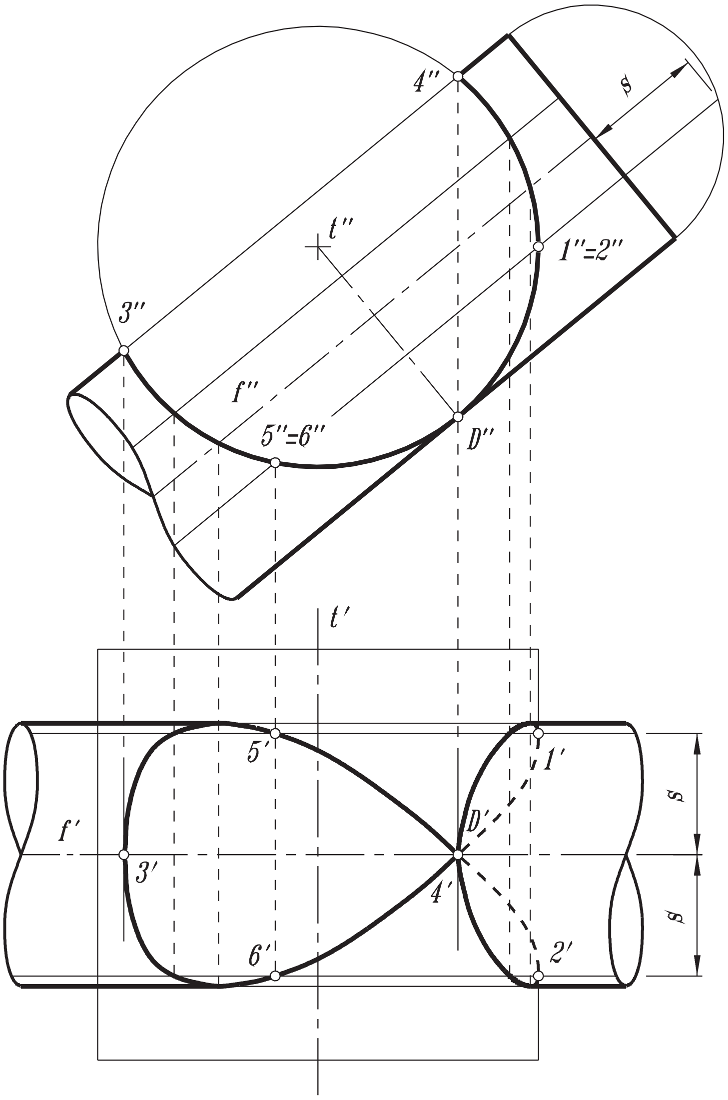
b) A hengereknek létezik egy közös érintősíkja is, ezért a közös érintési pont az áthatásnak a **D** önmetszés avagy duplapontja.

c) További különlegesség az, hogy a **4** pont **4’** vetülete és az önmetszéspont **D’** vetülete egybeesik, ezért ez a görbe első képének háromszoros (tripla) pontja, sőt a visszatérő ívnek a **4** pontbeli érintője a nagyobb sugarú hengernek alkotója.

d) Az áthatási görbe pontjainak szerkesztéséhez használhatunk a vetítőhenger **t** tengelyére merőleges szeletelő síkokat, ezek a vetítőhengerből kört, a másikból alkotókat metszenek ki. Továbbá a szeleteléshez alkalmazható olyan síksor is, amely mindkét henger tengelyével párhuzamos, ezek a síkok mindkét hengert alkotókban metszik lásd az **1, 2** és az **5**, **6** pont szerkesztését.

e) A **3** és **4** pontban az áthatási görbe érintői a vetítőhengernek alkotói, mert a szeletelő sík ezekben a pontokban a frontális helyzetű hengernek érintősíkja.

f) A vetítő henger eltávolítása után a frontális hengerpalástot ábrázoltuk láthatóság szerint.



XI.8.

A XII.8. feladatban szereplő forgáshengerpár áthatását elöl- felülnézetben szerkesztjük meg.

a) A hengereknek következésképpen az áthatásuknak van két szimmetriasíkja, közülük az egyik párhuzamos a második képsíkkal, így a görbe az elölnézeten a (**3"D"4"**) körívként kettősvetületben jelenik meg, az első képnek pedig az **f'** szimmetriatengelye. A másik szimmetriasík második vetítősík, amelynek az élben látszó (**v"D"**) vetülete a második képnek lesz szimmetriatengelye.

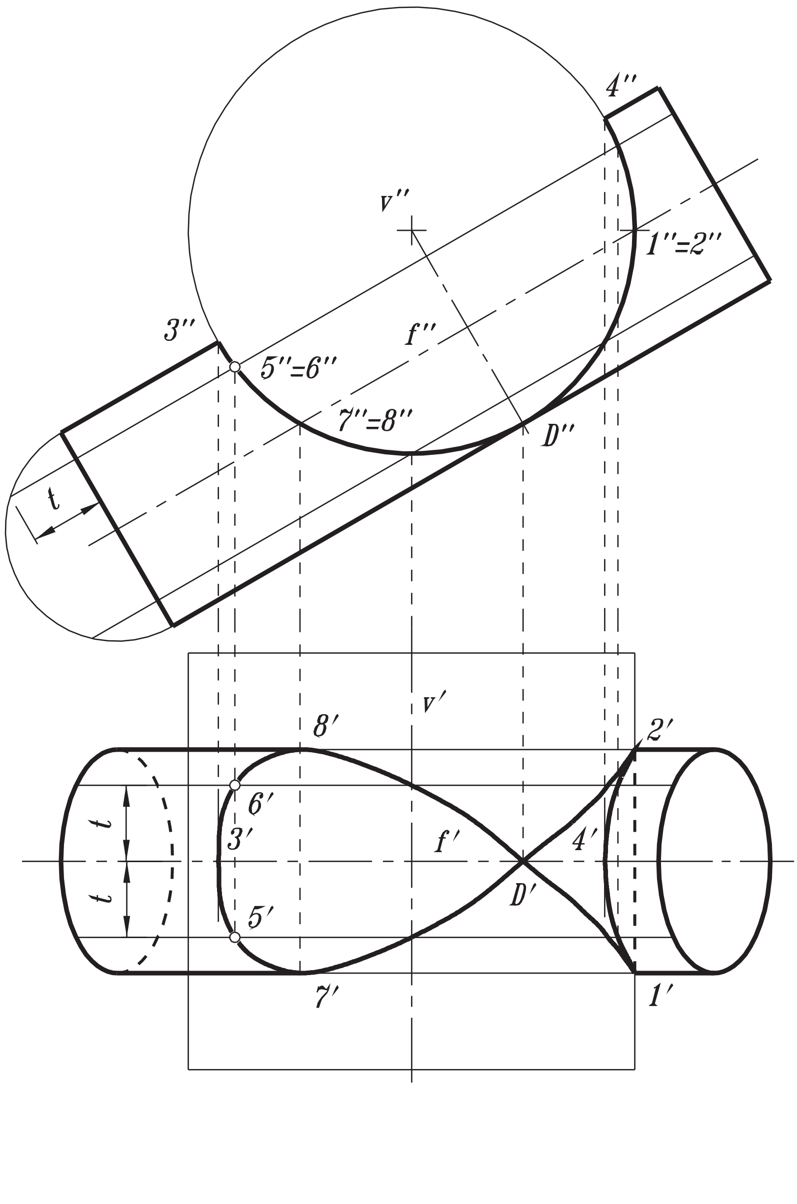
b) A hengereknek létezik egy közös érintősíkja is, ezért a közös érintési pont az áthatásnak a **D** önmetszés avagy duplapontja.

c) További különlegesség az, hogy az **1** és **2** pont vetülete a görbe első képének egy-egy csúcspontja. Ezekben a pontokban a hengerek érintősíkja első vetítősík és ezek metszésvonala -a görbe érintője- első vetítősugár. S hogyha egy térgörbe valamely pontjában az érintő vetítősugár, akkor a pont vetülete a görbe vetületének csúcspontja.

d) Az áthatási görbe pontjainak szerkesztéséhez használhatunk a vetítőhenger **v** tengelyére merőleges szeletelő síkokat, ezek a vetítőhengerből kört, a másikból alkotókat metszenek ki. Továbbá alkalmazható olyan síksor is a szeleteléshez, amely mindkét henger tengelyével párhuzamos, ezek a síkok mindkét hengert alkotókban metszik lásd. az **5**, **6** pont szerkesztését.

e) A **3** és **4** pontban az áthatási görbe érintői a vetítőhengernek alkotói, mert a szeletelő sík ezekben a pontokban a frontális helyzetű hengernek érintősíkja.

f) A vetítő henger eltávolítása után a frontális hengertestet ábrázoltuk láthatóság szerint.



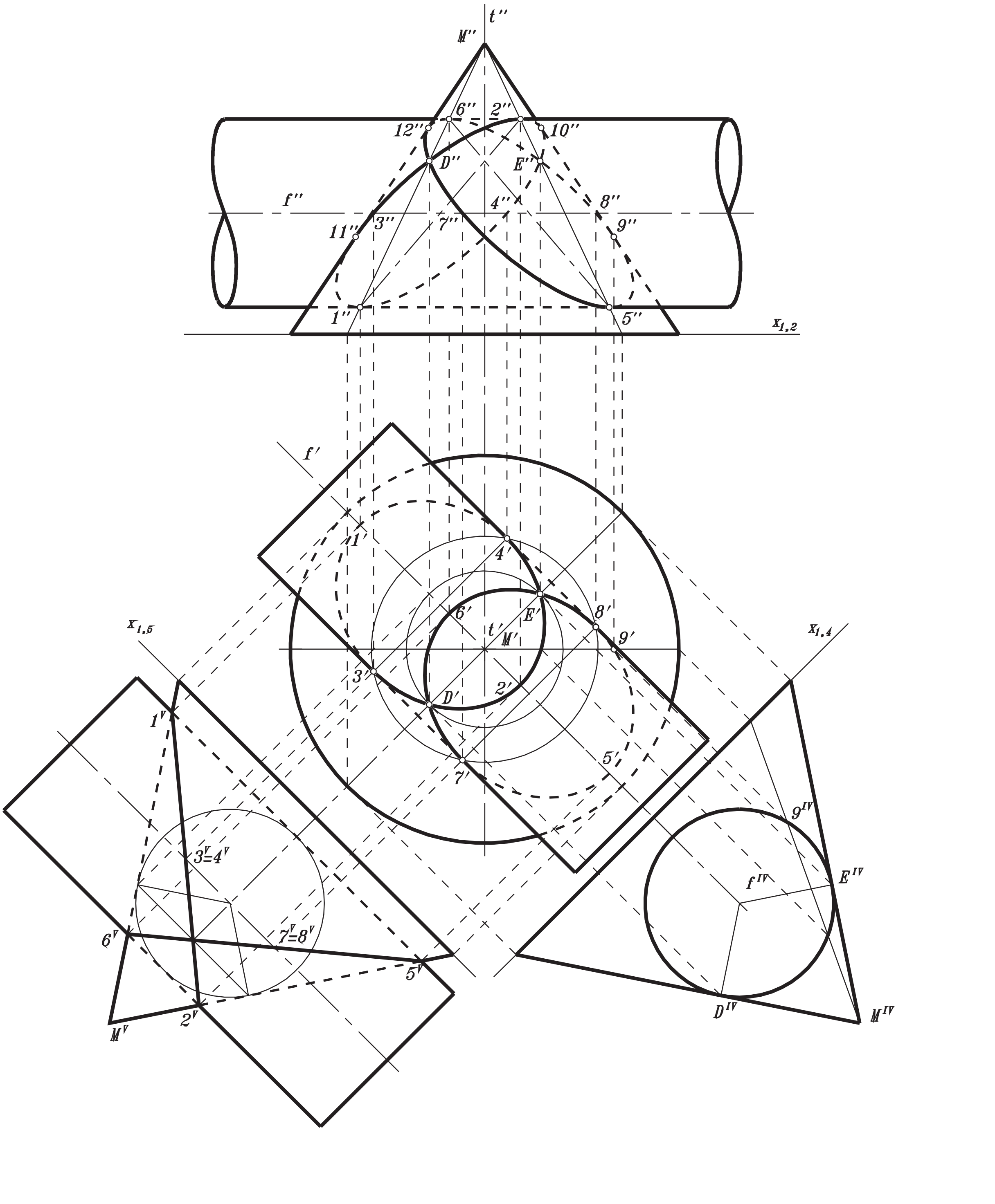
XI.9.

A henger sugara egyenlő annak a kúpba írható érintőgömbnek a sugarával, amelynek középpontja a tengelyek metszéspontja. Két közös érintősík -azaz két önmetszéspont létezése esetén a negyedrendű áthatási görbe szétesik, jelen esetben két ellipszisre. A negyedik képről jól követhető az élben látszó érintősíkok, s érintkezéseknél a kettőspontok (**D, E**) helyzete, míg az ötödik képen az ellipszisek nagytengelye (**12** illetve **56)** valódi nagyságban mérhető.

Az áthatásnak

1) a henger első kontúralkotóira illeszkedő pontjai: **3,7,4,8**,
2) a henger második kontúralkotóira illeszkedő pontjai: **1,5,2,6**,
3) a kúp második kontúralkotóira illeszkedő pontjai: **9,10,11,12,**
4) az önmetszéspontjai: **D,E**.
5) - A széteső áthatás ellipsziseinek a tengelyvégpontjai: **1 2, 3 4** ill. **5 6**, **7 8.**

A két palást egyesítésével keletkező alakzatot ábrázoltuk láthatóság szerint.



XI.12.

a) A forgáskúpok metsződő tengelyeinek síkja -a közös szimmetriasíkjuk- párhuzamos az első képsíkkal. Ilyen esetben az áthatási pontok szerkesztése az ún. segédgömbös eljárással is elvégezhető. A koncentrikus szeletelő gömbök középpontja a tengelyek **M** metszéspontja.

b) A negyedrendű áthatási görbe két részből áll, amely részeknek -a képsíkkal párhuzamos szimmetriasík létezése következtében- a kettősvetülete egy-egy hiperbolaív.

c) Külön ábrán szerkesztettük meg a hiperbolaívek aszimptotáinak $\mathbf{u_i}$, $\mathbf{v_i}$ irányát. Ehhez a felvett kúpok tengelye párhuzamos az adott kúpok $\mathbf{t_1}$ illetve $\mathbf{t_2}$ tengelyével, a félnyílásszögük változatlan, és egy tetsőleges sugarú gömböt érintenek. Ezeknek a kúpoknak két ellipszisre széteső áthatása egy-egy szakaszban jelenik meg kettős-vetületként, ezek iránya $\mathbf{u_i}$, $\mathbf{v_i}$ képezik az aszimptota irányokat. A $\mathbf{t_1}$ tengelyű kúpot érintő gömbbel szeletelve **U'V'** a hiperbola vetületnek átmérője, s ennek **O'** felezőpontja az aszimptoták metszéspontja.

d) Az **1** pontban normálisok módszerével szerkesztettük a görbe **e** érintőjét, amely merőleges a kúpok normálisainak $\mathbf{T_1}$ és $\mathbf{T_2}$ tengelypontját összekötő **f** fővonalra.

e) A két kúp egyesítésével keletkező alakzatot ábrázoltuk egyetlen nézeten.